

Zrážka dvoch telies

Lukáš Surovcík, Marek Nízky, Peter Bokes¹,
*Ústav jadrového a fyzikálneho inžinierstva Fakulta elektrotechniky a informatiky
Slovenská technická univerzita, Ilkovičova 3, 812 19 Bratislava, Slovenská republika
e-mail: l.surovcik.ls@gmail.com*

Abstrakt

Cieľom práce je návrh a testovanie nového laboratórneho merania pre predmet Fyzika 1 Meranie je zamerané na overenie zákona zachovania hybnosti a mechanickej energie, pričom sa uvažuje trenie pri pohybe. Vychádzame z meracej sady PHYWE, ktorá sa skladá z vozíkov, mechanickej pružinovej dráhy, sady na určovanie pružnej a nepružnej zrážky a z rôznych závaží.

1. Úvod

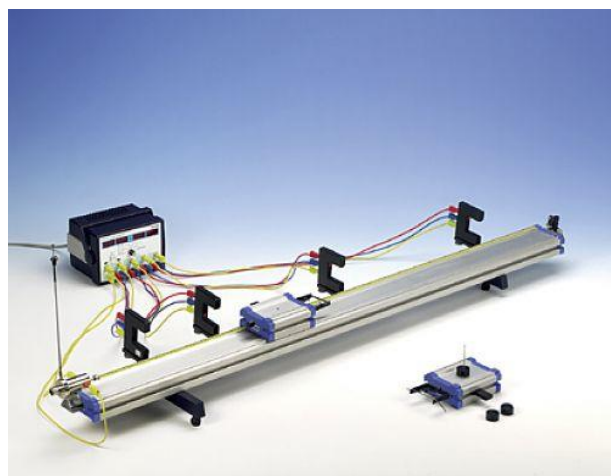
Na konci zimného semestra šk. roku 2011/2012 škola získala meraciu zostavu PHYWE [1], ktorá mala pozostávať zo vzdušnej dráhy a vozíkov, ktoré v dôsledku nadnášania vzduchom mali vykazovať minimálne trenie. Namiesto vzduchovej dráhy prišla dráha, ktorá nebola vzdušnou a vozíky sa po nej pohybovali pomocou koliesok umiestnených na špeciálnych ložiskách. Toto počiatkové sklamanie však umožnilo okrem požadovaných experimentov vytvárať aj rôzne nové experimenty, ktoré boli veľmi zaujímavé a užitočné. Pomocou dráhy a vozíkov sme pripravili laboratórne cvičenia na úlohu, pomocou ktorej si študenti mohli overiť poznatky z mechaniky, zrážok telies a overenie hybnosti vozíkov [2].

Fakt že dráha nebola vzduchová, teda vykazovala určité trenie, umožnil pozorovanie účinku trecej sily a zmerať koeficient trenia pre dané vozíky a dráhu. Pomocou meraní sme zisťovali, aká je závislosť koeficientu trenia od ich hmotností a počiatočného impulzu, ktorý sa dodával pomocou pružinového mechanizmu. Zároveň sme testovali, či pružné a nepružné zrážky závisia od rôznych impulzov a hmotností vozíkov. Ďalšie navrhnuté meranie bolo overenie gravitačného účinku zrýchlenia v závislosti od naklonenia roviny. Rovina sa nakláňala pod rôznym uhlom, no aj pri tomto experimente sa vyskytli komplikácie, ktoré sme museli vyriešiť.

2. Popis zostavy

Zostava PHYWE sa skladá z dráhy, po ktorej sa pohybujú vozíky pomocou ložísk a kolies, ktoré vykazujú minimálne trenie. Vozíky sa rozbiehajú pomocou pružinového mechanizmu upevneného na konci dráhy. Na vozíky sa môžu umiestňovať závažia a násadky, ktoré zabezpečujú pružnú a nepružnú zrážku. Pomocou aparatury je možné získať dobu, za ktorú prejde vozík cez senzor a od nej potom odvodiť napríklad rýchlosť jeho pohybu. Tieto doby prechodov sa zaznamenávajú na elektronických stopkách, ktoré sú napojené na fotodetektory.

¹ Vedúci práce



Obrázok 1 Meracia sada PHYWE

3. Popis návodu na laboratórne merania

Tento protokol musí byť v prvom rade optimalizovaný pre študentov, ktorý majú pri laboratórnych cvičeniach obmedzené možnosti podrobne sa oboznámiť s danou zostavou, pričom musia vykonať potrebné merania v danom, pomerne krátkom čase. Pri tvorbe návodu sme vychádzali zo základných návodov, ktoré boli súčasťou novej sady [1]. Pripravili sme viacero meraní na overenie rôznych fyzikálnych zákonitostí, z ktorých sa napokon vybrali merania na overenie zákona zachovania hybnosti a mechanickej energie sústavy pri pružných a nepružných zrážkach. Pri zrážkach, sme brali do úvahy aj kinetické trenie, spôsobené rôznymi faktormi. Do návodu je pridané aj experimentálne meranie koeficientu trenia na vodorovnej rovine. V doplnkových meraniach, ktoré nie sú uvedené v laboratórnom protokole sme sa zamerali na overovanie nezávislosti koeficientu trenia od rýchlosti najprv po vodorovnej, potom na naklonenej rovine.

4. Overenie nezávislosti koeficientu trenia

Pokus overiť nezávislosť koeficientu kinetického trenia μ od rýchlosti a zaťaženia. Meranie bolo vykonané na vodorovnej rovine, vozík bol vypúšťaný rôznymi počiatočnými rýchlosťami v . Rýchlosť v vozíka bola približne daná pomerom prejdenej dráhy cez senzor za čas t_1 a následne druhý senzor za čas t'_1 . Rýchlosť v' po určitom čase, bola nameraná rovnakým spôsobom, ale až po prejení určitej dráhy za čas t_p (doba prechodu vozíka od jedného senzora k druhému) kedy sa prejavil účinok trecej sily. Koeficient trenia bol odvodený zo vzťahu:

$$\mu = \frac{(v' - v) \cdot 1}{t_p \cdot g} \quad (1)$$

Tab. 1. Meranie koeficientu trenia

m [kg]	v [m/s]	v' [m/s]	t_p [s]	μ
0,7750	0,3441	0,2887	1,2251	0,0046
0,7750	0,4593	0,4207	0,8922	0,0044
1,1750	0,3670	0,3146	1,1367	0,0047
1,1750	0,2637	0,1857	1,6823	0,0047
$\bar{\mu} = 0,0046$				
$\sigma_{\bar{\mu}} = 0,000127$				

5. Pružná zrážka

Pružnou zrážkou sa demonštruje, že celková kinetická energia a hybnosť sa medzi dvoma vozíkmi zachováva. Daný teoretický poznatok sa overuje tak, že na vozíky rovnakej hmotnosti sa upevnia nárazníky umožňujúce pružnú. Prvý vozík sa umiestni k spúšťačiemu pružinovému mechanizmu, ktoré mu na začiatku pohybu dodá potrebnú energiu na zmenu jeho polohy v čase. Druhý vozík sa umiestni do stredu dráhy. Daný vozík má pred zrážkou nulovú energiu, keďže je vzhľadom na podložku v pokoji. Pri náraze sa celková kinetická energia premení na kinetickú energiu druhého vozíka, ktoré sa v dôsledku tejto energie začne pohybovať. Pomocou rýchlostí v rôznych časoch overíme hybnosť, ktorá je pri pružnej zrážke nemenná.

6. Nepružná zrážka

Druhým experimentom, ktorý sa overuje na dráhe je nepružná zrážka. Týmto experimentom demonštrujeme, že hybnosť pri nepružnej zrážke sa zachováva, ale kinetická energia sa zmení. Daný poznatok overujeme tak, že na prvý vozík sa upevní nárazník s ihlou a na druhý vozík sa upevní nárazník s plastelínou, ktorý po zrážke zabezpečil spojenie vozíkov. V ideálnom svete by toto spojenie bolo dokonalé a vozíky by sa začali v tom istom čase pohybovať spoločne spojené. V reálnom svete však určitý čas trvá aj spájanie vozíkov, no tento čas sa zanedbáva a nepružnú zrážku považujeme za dokonalú. Prvý vozík sa umiestni k pružinovému mechanizmu, ktorým sa dodá potrebná kinetická energia. Druhý vozík rovnakej hmotnosti má aj v tomto prípade pred zrážkou nulovú kinetickú energiu a vozík je umiestnený do stredu dráhy.

7. Pružná zrážka a zmena hybnosti

Týmto meraním je možné pomerne dobre demonštrovať zákon zachovania hybnosti. Vozík, ktorý je na začiatku merania v pokoji zaťažime väčšou hmotnosťou než vozík, ktorý doňho narazí. Ďalej sa na vozíky pripevní potrebné príslušenstvo pre meranie pružnej zrážky (nárazníky) a meranie sa vykoná rovnako ako v popise laboratórnej práce, určí sa hybnosť pred a po zrážke a z nich sa získa zmena hybnosti (ak nastala).

Tab. 2. Priemerné rýchlosti vozíkov pri pružnej zrážke

\bar{v}_1 [m/s]	\bar{v}_2 [m/s]	\bar{v}'_1 [m/s]	\bar{v}'_2 [m/s]
0,6233	0	0,1937	0,3726

Tab. 3. Priemerné hybnosti vozíkov pri pružnej zrážke

\bar{p} [kg m/s]	\bar{p}' [kg m/s]	Δp [kg m/s]	σ_p [kg m/s]
0,2337	0,2124	-0,0214	0,0050

Na výpočet presnosti merania bola použitá smerodajná odchýlka. Meranie bolo pre porovnanie interpretované nasledovne:

$$ma = F_t = \mu mg \quad (2)$$

$$\Delta p = F_t \tau \quad (3)$$

Kde Δp je zmena hybnosti vozíka, zapríčinená pôsobením trecej sily F_t pri prechode vozíka senzorom počas doby τ .

Celková zmena hybnosti pred a po zrážke je určená ako:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p} - \vec{p}' \quad (4)$$

kde \vec{p} je hybnosť vozíka pred zrážkou a \vec{p}' hybnosť po zrážke. Po dosadení za \vec{p} a \vec{p}' dostaneme:

$$\Delta p_{\square} = -F_{t1}\tau_1 + F'_{t1}\tau'_1 - F'_{t2}\tau'_2 \quad (5)$$

Kde je:

$F_{t1}\tau_1$ - strata hybnosti 1. vozíka v dôsledku trenia, od prechodu detektorom po zrážku,

$F'_{t1}\tau'_1$ - strata hybnosti 1. vozíka v dôsledku trenia, od zrážky po prechod detektorom

$F'_{t2}\tau'_2$ - strata hybnosti 2. vozíka od zrážky po prechod detektorom v dôsledku trenia

Tab. 4. Meranie hybnosti pomocou trecích síl

τ_l [s]	τ'_l [s]	τ'_2 [s]
0,0805	0,25835	0,59246
F_{tl} [N]	F'_{tl} [N]	F'_{t2} [N]
0,01695	0,01695	0,03504
$\Delta p_{\mu} = -0,017746 \text{ kg m/s}$		

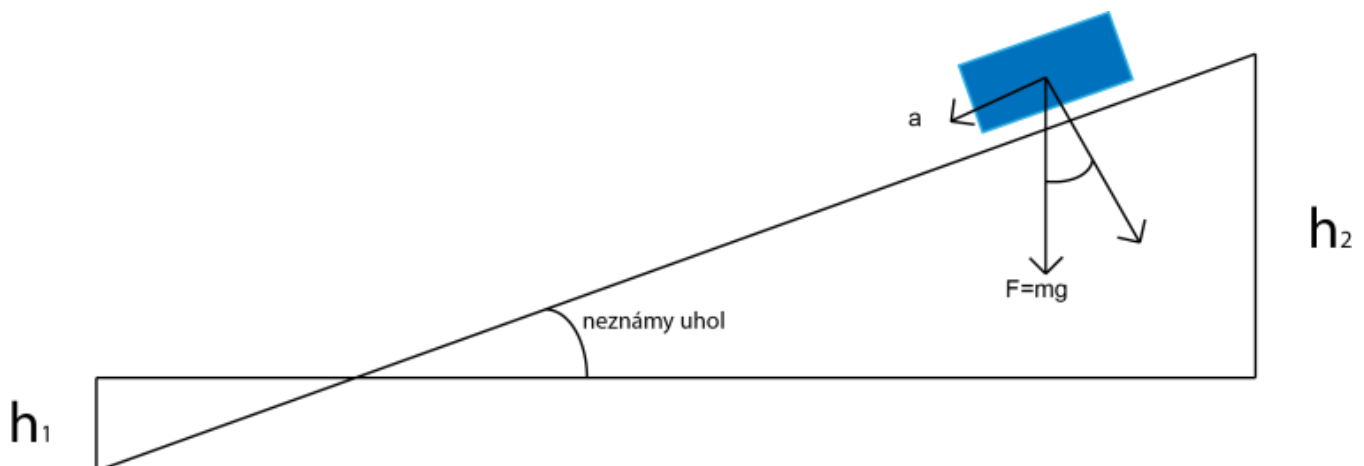
Odhad stratenej hybnosti pomocou nami použitého modelu trenia a nameraného koeficientu trenia je totožný s meranou zmenou celkovej hybnosti v rámci štatistickej chyby merania.

8. Pohyb po naklonenej rovine

Púšťaním vozíka po naklonenej rovine sme opäť overovali nezávislosť koeficientu trenia. Najprv sme určili uhol naklonenej roviny α vzhľadom na vodorovnú podložku. Uhol sme získali zo vzťahu:

$$\text{tg}\alpha = \frac{h_1 + h_2}{l} \quad (6)$$

kde h_1 , h_2 sú výškové rozdiely koncov naklonenej roviny od vodorovnej roviny a l je približná vzdialenosť medzi týmito dvoma koncami.



Obrázok 2 Meranie uhla sklonu naklonenej roviny

Opäť, pomocou vzťahu medzi časmi t_1 a t'_1 - prechodov vozíka prvým a druhým sensorom sme vyjadrili priemerné rýchlosti a predelením rozdielu týchto rýchlostí dobou t_p (čas, ktorý ubehol kým vozík prešiel od jedného senzora k druhému) sme získali zrýchlenie a vozíka po naklonenej rovine. Ak sú tieto veličiny známe, podľa nasledovných vzťahov si môžeme vyjadriť koeficient kinetického trenia μ a porovnať zistené hodnoty s koeficientom, ktorý sme získali pri predošlom pokuse, overovaní nezávislosti koeficientu trenia.

$$a = \frac{(v'_1 - v_1)}{t_p} \quad (7)$$

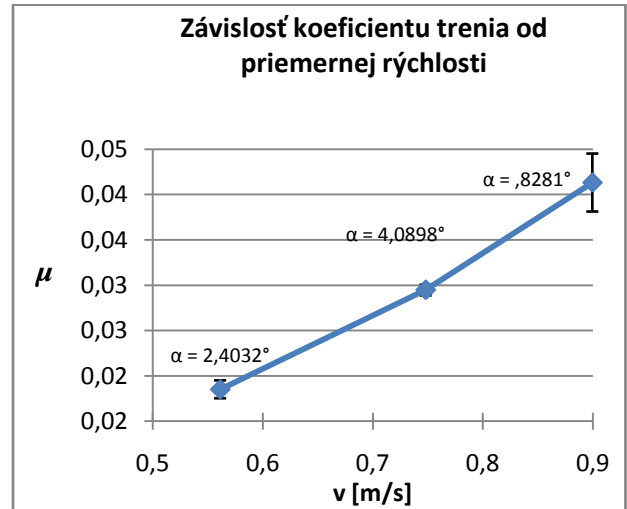
$$a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha \quad (8)$$

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha - \frac{a}{g \cos \alpha} \quad (9)$$

Tab. 5. Zisťovanie μ meraním na naklonenej rovine

α	t_p [s]	v_1 [m/s]	v'_1 [m/s]	a [m/s ²]	μ
2,4032	1,322	0,4095	0,7132	0,2297	0,0185
4,0898	0,993	0,5440	0,9523	0,4111	0,0294
5,8281	0,8248	0,6553	1,1442	0,5927	0,0413

Z nameraných hodnôt sme vyjadrili priemerné rýchlosti pohybu vozíka, strednú kvadratickú odchýlku zistených údajov a napokon sme na grafe vyjadrili závislosť odporovej sily (vyjadrených cez μ).



Obrázok 3 Závislosť μ od rýchlosti vozíka

Pri týchto meraniach sa μ čo do veľkosti líšil od predtým získaného $\mu = 0,0046$ dost' výrazne, no navyše pri vyššom naklonení roviny začal ešte navyše narastať. Predpokladá sa, že tento jav je spôsobený nejakou inou doposiaľ neuvažovanou odporovou silou. Keďže povrch vozíka je pomerne malý, aerodynamický odpor vzduchu by nemal mať výrazný vplyv na pohyb telesa. Problém pravdepodobne vzniká v ložiskách koliesok. Z merania vidíme, že v tomto prípade (pre vyššie rýchlosti vozíka) model konštantného kinetického trenia nie je dostatočný. Zdanlivý koeficient trenia rastie úmerne s rýchlosťou, a preto sa môžeme domnievať, že sa tu jedná o trenie úmerné rýchlosti pochádzajúce z ložisk vozíka. Pre presnejšie určenie príčiny tejto zmeny by bolo potrebné previesť dodatočné merania.

9. Záver

Pri našej práci sme vytvorili laboratórny protokol pre novú meraciu sadu. Brali sme ohľad na časovú obmedzenosť jedného cvičenia v laboratóriu, preto sme protokol upravili tak, aby sa študenti zvládli vykonať toto meranie v presne určenom čase. V doplnkovej časti merania sme zisťovali nezávislosť koeficientu kinetického trenia od hmotností závažia vozíka pri nízkych rýchlostiach. Koeficient trenia sa skutočne vykazoval ako nezávislý od týchto faktorov, avšak meranie pohybu po naklonenej rovine ukázalo, že má tendenciu narastať úmerne s vyššou sa rýchlosťou idúceho vozíka.

Študentská vedecká a odborná činnosť

Fakultné kolo, 25. apríl 2012

Fakulta elektrotechniky a informatiky STU Bratislava

sekcia:7..... ŠVOČ 2012

10. Odkazy na literatúru

[1] PHYWE, Laws of collision/ demonstration track with a 4-4 timer

http://www.phywe.com/index.php/fuseaction/download/In_file/versuchsanleitungen/P2130505/e/P2130505.pdf

[2] Bokes Peter, Zrážka dvoch telies, laboratórne meranie pre predmet Fyzika 1, 2012,

http://kf.elf.stuba.sk/prakticke/ZrazkaDvochTelies_20120223.pdf