

## MAPOVANIE ELEKTROSTATICKÉHO POĽA V OKOLÍ DOSKOVÉHO KONDENZÁTORA

Veronika Dolinayová  
Vedúci práce: doc. Ing. Peter Bokes, PhD.  
Ústav jadrového a fyzikálneho inžinierstva  
dolinayova.veronika@gmail.com

### Abstrakt

V práci je popísaný približný výpočet a metodika experimentálneho merania elektrostatického poľa v okolí doskového kondenzátora. Hoci je meranie rozptylového poľa doskového kondenzátora poučné, jeho meranie a najmä interpretácia by presahovala bežný rozsah laboratórnej úlohy predmetu Fyzika 2.

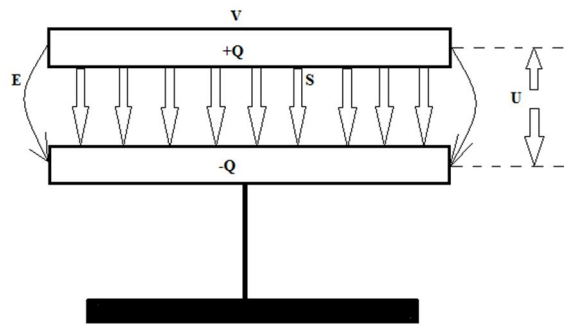
### 1. Úvod

Cieľom práce je názorne ukázať ako sa správa elektrostatické pole v okolí doskového kondenzátora. Porovnanie jeho teoretického modelu s modelom získaným z opakovaných meraní. Pokiaľ to bude možné, tak aj vyhotovenie laboratórnej práce pre študentov, ktorí by mali možnosť vidieť nadobudnuté teoretické poznatky v praxi.

### 2. Teoretické elektrostatické pole v okolí doskového kondenzátora

Kondenzátor je teleso schopné uchovať energiu elektrického poľa vďaka náboju, ktorý je schopný akumulovať a tým aj ovplyvňovať elektrický potenciál. Doskový kondenzátor je jeden z mnohých typov kondenzátorov [1]. Skladá sa z dvoch oproti sebe postavených plochých dosiek vzdialených  $d$ . Na povrchu jednej z dosiek je kladný náboj  $Q$ , na druhej záporný. Tento náboj nepotrebujeme presne vedieť, stačí ak je daná nábojová hustota  $\sigma$ , ktorý sa vypočíta ako podiel náboja  $Q$  na doske kondenzátora a plochy kondenzátora  $S$ .

Elektrostatické pole v okolí doskového kondenzátora (Obr. 1). Medzi doskami kondenzátora sa nachádza homogénne elektrostatické pole, z čoho vyplýva, že hodnota potenciálu rastie lineárne z nulovej hodnoty pri doske kondenzátora so záporným nábojom po konečnú hodnotu pri doske kondenzátora s kladným nábojom.



Obr. 1 Elektrostatické pole v okolí doskového kondenzátora

Homogénne elektrostatické pole môžeme charakterizovať napr. pomocou elektrickej intenzity. Intenzitu homogénneho elektrostatického poľa v okolí doskového kondenzátora vypočítame pomocou (1) [1].

$$E = \frac{U}{d}, \quad (1)$$

kde  $U$  je napätie, ktoré privediem medzi dosky kondenzátora a  $d$  je vzdialenosť dosiek kondenzátora.

Pole na okraji dosiek sa začína správať ako dipólové a rovné čiary homogénneho poľa sa začínajú zaokrúhľovať (Obr. 1). Pole by bolo stále homogénne iba v tom prípade, ak by dosky kondenzátora boli nekonečne dlhé.

### 3. Použité prístroje

Meranie sme vykonávali pomocou merača elektrického poľa od firmy PHYWE, doskového kondenzátora, horáku stenkou elektródou z medeného drôtika, voltmetrom na získanie výstupných hodnôt. Súčasťou meranej sústavy bol aj zdroj napájania elektrofildmetra a jednosmerný zdroj napájania kondenzátora.

### 3.1 Elektrofelmeter PHYWE

Elektrofelmeter (EFM) je zariadenie, ktoré je schopné odmerať elektrické pole, resp. elektrický potenciál, ktorý vytvára doskový kondenzátor (Obr. 2).



Obr. 2 Elektrofelmeter PHYWE 11500.10  
Zdroj: Spracované podľa literatúry [2].

Princíp merania EFM je založený na fakte, že elektrické pole indukuje náboj na ploche vodiča. Plošná nábojová hustota  $\sigma$  je priamoúmerná normálovej zložke elektrickej intenzity  $E_n$  poľa s elektrickou intenzitou  $E$  prevládajúcej na ploche vodiča. Keďže elektrostatické pole na povrchu vodiča je vždy kolmé na plochu, tak normálová zložka elektrickej intenzity je rovná elektrickej intenzite daného poľa [2].

EFM (Obr. 2) sa skladá z kovovej ochrany, otočného gombíka na nastavenie nuly, svoriek na výstup pre voltmeter, ale aj počítač, svoriek pre napájanie samotného EFM (14 V – 18 V), tlačidla na nastavenie rozsahu meraného elektrostatického poľa, tabuľky merateľných elektrostatických polí, meracej hlavice, dier na pripevnenie krytu, krytu a vstupov pre meranie elektrického potenciálu danej sústavy zariadení. Meracia hlavica obsahuje meraciu elektródu so 6 rovnakými symetrickými časťami, elektródu na nastavenie nuly a vrtule so 6 lopatkami zodpovedajúceho tvaru [2].

Pred začatím merania je dôležité správne nastavenie nuly. Zabezpečí sa skratovaním vstupných svoriek EFM. Meranie môžeme začať až po ustálení svetelného indikátora na zadnej časti EFM. Pokiaľ blikanie indikátora neprestane do pár sekúnd, je potrebné vypnúť napájacie napätie kondenzátora a aj samotný EFM, uistiť sa, že EFM nie je ovplyvňovaný inými veľkými elektrostatickými poľami a nanovo skratovať jeho vstupné svorky. Keďže EFM sa nenachádza v dokonale izolovanom elektrostatickom poli, je vhodné počas merania prekontrolovať nastavenie nuly [2].

Meracia hlavica nesmie byť kontaminovaná nábojom z okolia, nie je dovolené sa dotýkať dosiek

kondenzátora rukou a ani iným vodivým predmetom, pretože medzi doskami sa nachádza veľké elektrostatické pole [2].

Pokiaľ EFM nepoužívame, treba jeho hlavicu prikryť krytom, ktorý je súčasťou zariadenia, aby sa nepoškodila, prípadne nezničila.

### 3.2 Dosky kondenzátora

Dosky kondenzátora 11500.01 sú súčasťou EFM, kvôli presnému otvoru jednej z nich na meranie elektrostatického poľa priamou metódou. Ich súčasťou sú aj svorky na pripojenie k jednosmernému zdroju napájania a k vstupu EFM. Počas merania je jedna doska nabitá kladnou nábojovou hustotou a druhá zápornou, pričom doska kondenzátora nabitá zápornou nábojovou hustotou je vodivo spojená so zemou (Obr. 4).

### 3.3 Horák s tenkou elektródou z medeného drôtika

Meranie vykonávame na základe merania pomocou plameňa. Plameň sa nachádza v blízkosti medeného vodiča, vďaka čomu je zabezpečené vyrovnanie potenciálu plameňa a elektródy, ktorá je vodivo spojená s EFM.

Plameň ionizuje vzduch okolo seba, čím dosiahne potenciálové vyrovnanie v jeho okolí a s týmto potenciálom, ktorý sa nachádza na danom mieste poľa, sa vyrovná aj potenciál na medenom vodiči, vďaka ktorého vodivým vlastnostiam EFM odmeria veľkosť potenciálu na danom mieste elektrostatického poľa. Potenciálové vyrovnanie by sme dosiahli aj bez použitia plameňa, ale trvalo by to omnoho dlhšie ako s jeho použitím [3].

## 4. Popis merania

Najskôr sme si učili hodnoty výpočtom, ktoré sme potom porovnávali s nameranými.

### 4.1 Výpočet potenciálu v okolí platní

Na výpočet potenciálu sme použili princíp superpozície (2).

$$\varphi = \varphi_+ + \varphi_- \quad (2)$$

kde  $\varphi$  je celkový potenciál,  $\varphi_+$  je potenciál od dosky kondenzátora s kladnou nábojovou hustotou  $\sigma_+$  a  $\varphi_-$  je potenciál od dosky kondenzátora so zápornou nábojovou hustotou  $\sigma_-$  [1].

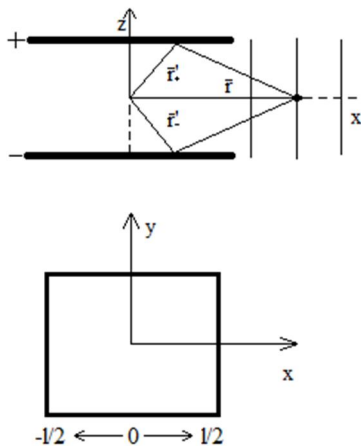
$$\varphi(\vec{r})_+ = \frac{\sigma_+}{4\pi\epsilon} \iint_{-l/2}^{l/2} \frac{dx'dy'}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-\frac{d}{2})^2}} \quad (3)$$

kde  $\varphi_+$  je potenciál vo vzdialenosti  $r$  od kladnej platne,  $l$  je dĺžka platne,  $\epsilon$  je permitivita prostredia,  $\sigma_+$  je nábojová hustota kladne nabitých dosiek kondenzátora,  $x'$ ,  $y'$  sú súradnice pomocného vektora  $r'$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  sú súradnice vektora  $r$  (Obr. 3) a  $d$  je vzdialenosť platní.

Rovnicu (2) sme si upravili do tvaru jednoduchšieho na integrovanie, z čoho sme dostali plošný integrál (3). Jedna časť sa dala zintegrovať analyticky, druhá bola vypočítaná numericky pomocou výpočtových prostriedkov (4).

$$\varphi_+ = \frac{\sigma_+}{4\pi\epsilon} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} -\ln \frac{-\frac{l}{2} + \sqrt{(x-x')^2 + (z-\frac{d}{2})^2 + \frac{l^2}{4}}}{\frac{l}{2} + \sqrt{(x-x')^2 + (z-\frac{d}{2})^2 + \frac{l^2}{4}}} dx' \quad (4)$$

Numerický výpočet integrálu je realizovaný pomocou programovacieho jazyka C priamym integrovaním Simpsonovou metódou (4). Na začiatku programu sú definované konštanty ako dĺžka platne, vzdialenosť platní a napätie, ktoré na platne privádzame. Nasledujú jednotlivé funkcie na integrovanie, jedna pre kladnú plošnú nábojovú hustotu podľa (4), druhá pre zápornú. Následne je určená mriežka, v akej oblasti pred doskami kondenzátora sa bude počítať potenciál. Program nám vráti hodnoty potenciálu pre zvolenú mriežku spočítaním potenciálov od kladne a záporne nabitých dosiek kondenzátora. Pri výpočte celého integrálu uvažujeme hodnotu súradnice  $y$  rovnú nule (Obr. 3).



**Obr. 3** Doskový kondenzátor s osami  $x$ ,  $y$ ,  $z$  pre výpočet.

Pri výpočte vzniká chyba kvôli predpokladu, že nábojová hustota je rozložená rovnomerne na celej ploche dosky. To však nie je pravda, preto je možné

spraviť korekciu, ktorá nám určí faktor, ktorým sa má výsledná konštanta v programe násobiť, aby sme odstránili aspoň z časti takto vzniknutú chybu. Faktor je podiel zmeny nerovnomerne rozloženej nábojovej hustoty a danej nábojovej hustoty dosiek kondenzátora. Tento pomer sme určili na základe približného vzťahu pre kapacitu konečného kondenzátora (5)[4].

$$C = \frac{\epsilon_0 l^2}{d} + \frac{\epsilon_0 4l}{2\pi} \ln \frac{l}{d} = k\epsilon \frac{l^2}{d} \quad (5)$$

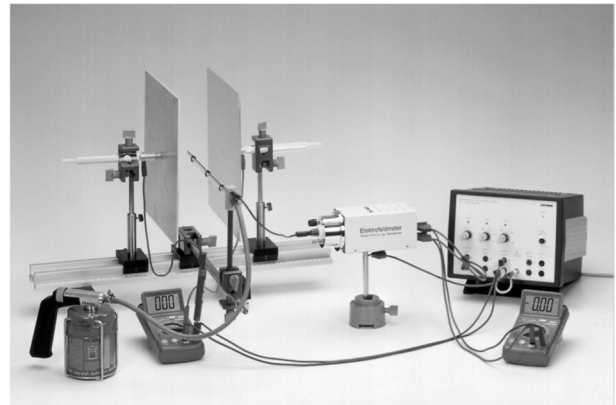
kde  $C$  je kapacita valcového kondenzátora s prirátaním kapacity, ktorá je daná nerovnomerným rozložením nábojovej hustoty,  $l$  je dĺžka platne, v našom prípade to je 30 cm a  $d$  je vzájomná vzdialenosť platní, v našom prípade 9,5 cm a  $\epsilon_0$  je permitivita vákua.

Pre naše parametre je hodnota  $k=1,23$ . Výpočet sme realizovali priblížením doskového kondenzátora valcovému, ale pre naše meranie je to postačujúce.

Vďaka takto určenému potenciálu vieme, ako by sa malo správať elektrostatické pole medzi doskami kondenzátora, ale aj v ich okolí (Obr. 5).

#### 4.2 Potenciál v okolí platní určený meraním

Meranie sme vykonávali podľa predloženej schémy (Obr. 4).



**Obr. 4** Schéma zapojenia pre meranie potenciálu.

Zdroj: Spracované podľa literatúry [5].

Na dosky kondenzátora sme priviedli napätie 300V. Pomocou EFM sme namerali jednotlivé hodnoty elektrického potenciálu na zvolenej mriežke (Obr. 5).

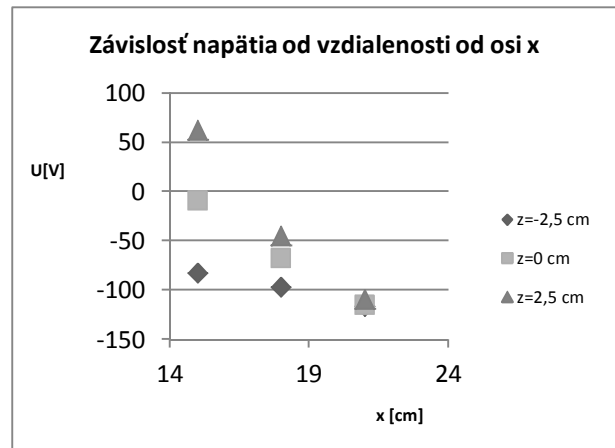
Všetky experimentálne určené hodnoty, pomocou ktorých vykresľujeme grafy (Obr. 6, Obr. 7), nájdeme v nasledujúcej tabuľke (Tab. 1).

**Tab. 1** Experimentálne určené hodnoty potenciálu v závislosti od osi x, resp. z

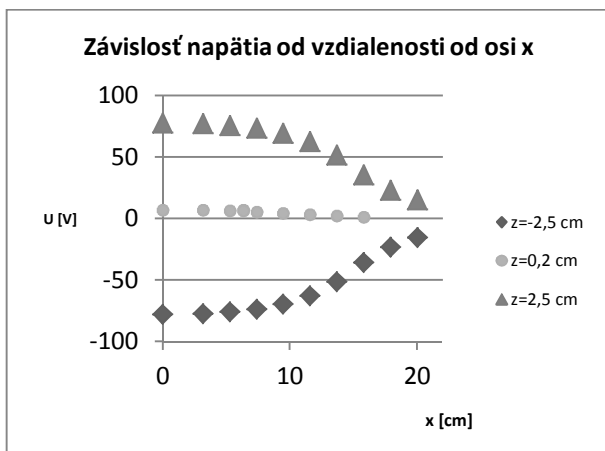
x [cm]	z [cm]	U [V]
-7,5	-2,5	-122,66
0	-2,5	-107,95
7,5	-2,5	-99,62
15	-2,5	-82,535
18	-2,5	-96,839
21	-2,5	-116,244
-7,5	0	-26,09
0	0	-19,06
7,5	0	-28,86
15	0	-8,954
18	0	-67,508
21	0	-114,965
-7,5	2,5	103,56
0	2,5	62,46
7,5	2,5	83,2
15	2,5	62,223
18	2,5	-44,808
21	2,5	-109,219

prevodníka, ktorý nameria stanovený počet hodnôt, z ktorých sme určili strednú hodnotu, aj tu vznikali elektrostatické polia, ktoré ovplyvňovali meranie, hoci nie až tak vo veľkej miere.

Meranie bolo vykonané aj pri nulovej hodnote napájacieho napätia, čiže výstupné hodnoty napätia sa dajú korigovať, hoci úplne dokonalé to nie je.



**Obr. 6** Graf závislosti nameranej hodnoty napätia od vzdialenosti od osi x.



**Obr. 5** Graf závislosti vypočítaného napätia od vzdialenosti od osi x

Ako môžeme vidieť z grafu (Obr. 5), tak hodnoty napätia v okolí dosiek kondenzátora, t. j. pri viac ako 15 cm, sa prudko blížia k nulovej hodnote. Napätie medzi doskami nie je presne 300V. Táto nepresnosť mohla vzniknúť nerovnomerným rozložením nábojovej hustoty, ktorá v tejto práci nie je presne určená.

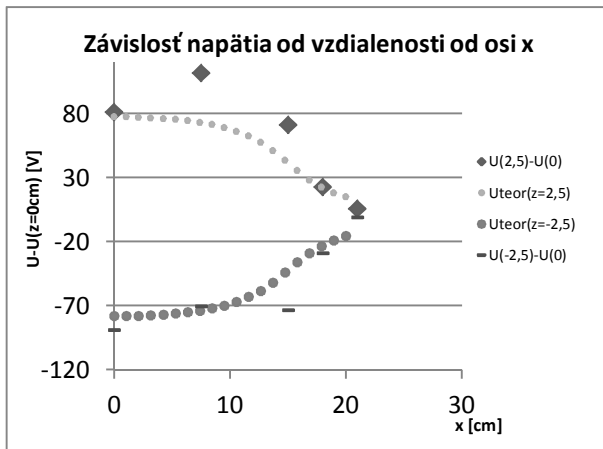
Namerané hodnoty sú určené na omnoho redšej mriežke. Táto mriežka však poskytuje dostatočný obraz o tom, ako sa pole správa pri meraní. Meranie bolo ovplyvnené chybami, najmä nedostatočným odizolovaním všetkých okolitých elektrostatických polí. Keďže meranie bolo vykonávané pomocou číslicového

V grafe (Obr. 6) vidíme experimentálne určené hodnoty napätia na zvolenej mriežke.

Experimentálne určené a vypočítané hodnoty sa nezhodujú dokonale, čo môže byť spôsobené napr. nerovnomerným rozložením nábojovej hustoty. Zaujímavé je, že experimentálne určené hodnoty napätia so vzdalovaním od dosiek kondenzátora klesajú k hodnote -150 V, zatiaľ čo výpočtom určené hodnoty smerujú k nulovej hodnote napätia.

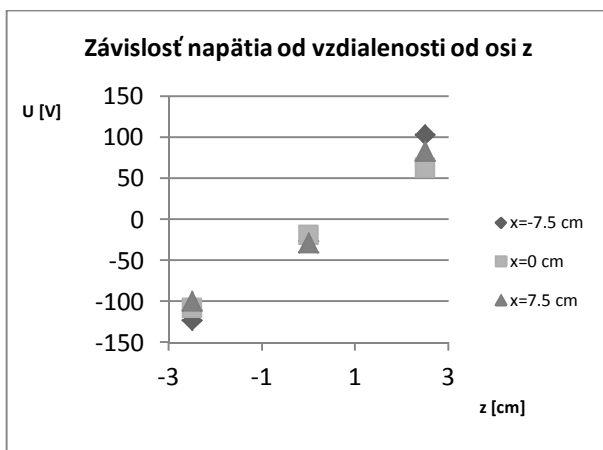
Táto nezhoda sa dá upraviť, keď od experimentálne určených hodnôt napätia odpočítame experimentálne určené hodnoty napätia v strede platní, t. j. keď z je rovné 0 (Obr. 3). Ako môžeme aj vidieť (Obr. 7) hodnoty experimentálne určeného napätia v okolí dosiek kondenzátora po korekcii sú takmer rovnaké ako hodnoty teoreticky určeného napätia.

Nepresnosti merania mohli vzniknúť napr. pri určovaní polohy plameňa, pretože pri malom pohybu konca vodiča sme plameň mohli posunúť aj o 0,5 cm. Pri meraní je však veľmi dôležité dodržiavať správnu vzdialenosť, najmä ak meriame napätie už mimo dosiek kondenzátora, pretože toto napätie klesá omnoho rýchlejšie ako vnútri dosiek. Ďalšia nepresnosť vznikla z predpokladu, že nábojová hustota je na doskách kondenzátora rozložená rovnomerne, čo však nie je v skutočnosti tak.



**Obr. 7** Graf závislosti teoretického a upraveného nameraného napätia od vzdialenosti od osi x

Medzi doskami kondenzátora sa elektrostatické pole správa presne podľa očakávaní, hoci s malými odchýlkami vzhľadom na nerovnomerné rozloženie nábojovej hustoty (Obr. 8).



**Obr. 8** Graf závislosti nameranej hodnoty napätia od vzdialenosti od osi z.

Elektrostatický potenciál medzi doskami, pre fixovanú hodnotu  $x$ , je charakterizovaný priamkou od zápornej hodnoty napätia po kladnú, čo vidieť aj z grafu (Obr. 8). Smernica priamky, ktorá vznikne lineárnou regresiou jednotlivých experimentálne určených hodnôt pre konkrétnu fixovanú hodnotu  $x$ , je potom intenzita daného elektrického poľa v mieste  $x$ .

## 5. Diskusia

Mapovanie elektrostatického poľa v okolí doskového kondenzátora je veľmi zaujímavá úloha. Pre študentov môže mať veľmi praktický význam, pretože si môžu svoje nadobudnuté teoretické poznatky overiť v praxi.

Meranie je veľmi jednoduché. Dôležité však je si dávať pozor na vysoké napätie medzi elektródami a tiež na manipuláciu s plameňom.

Laboratórnu úlohu s trvaním maximálne 1,5 hodiny je možné vypracovať avšak len ako nadštandardnú k daným laboratórnym úlohám predmetu Fyzika 2.

## 6. Odkazy na literatúru

- [1] Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.: Fyzika. PROMETHEUS Praha, 2000. ISBN 81-7196-214-7
- [2] Electric field meter, Dostupné na internete: [http://www.phywe.com/index.php/fuseaction/download/In\\_file/bedanl.pdf/11500.10/e/1150010e.pdf](http://www.phywe.com/index.php/fuseaction/download/In_file/bedanl.pdf/11500.10/e/1150010e.pdf)
- [3] Wilson, H. A.: Electrical conductivity of flames, [online]. Dostupné na internete: <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.3.156>
- [4] Landau, L. D., Lifšic, E. M.: Electrodynamics of continuous media. PERFAMON 1960, ISBN 978-0-08-009105-1
- [5] Electrical fields and potentials in the plate capacitor, Dostupné na internete: [http://www.phywe.com/index.php/fuseaction/download/In\\_file/versuchsanleitungen/P2420100/e/P2420100.pdf](http://www.phywe.com/index.php/fuseaction/download/In_file/versuchsanleitungen/P2420100/e/P2420100.pdf)