

1. Akú prácu vykoná motor ak otočí rameno okolo horizontálnej osi z dolnej (stabilnej) polohy do vodorovnej polohy za čas  $T$ ? Rameno má moment zotrvačnosti okolo tejto osi  $I$ , hmotnosť  $m$  a vzdialenosť ťažiska od osi otáčania je  $l$ . Otáčanie je pritom brzdené lineárnym trením s koeficientom trenia  $\kappa$  a motor počas pohybu roztáča tyč rovnomerne zrýchlene, t.j.  $\alpha(t) = \frac{1}{2}\epsilon t^2$  pre  $t \in (0, T)$ . Ako musí závisieť moment sily od času?

**Výsledok:** Uhlové zrýchlenie nájdeme z  $\pi/2 = (1/2)\epsilon T^2$ ,  $\epsilon = \pi/T^2$  Prácu nájdeme z Lagrangeovej rovnice rovnice

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = D^\kappa + D^{motor}$$

t.j.

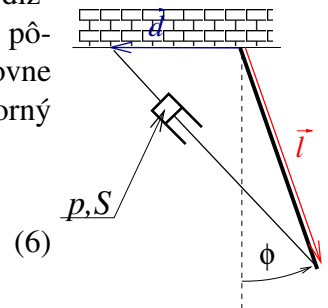
$$W = \int_0^T dt \dot{\alpha}(t) D^{motor}(t) = \int_0^T dt \dot{\alpha}(t) \left( \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial L}{\partial \alpha} - D^\kappa \right) = \frac{1}{2} I \omega_f^2 + mgl + \kappa \frac{??\pi^2}{3T}$$

pričom  $D^\kappa = -\kappa \dot{\alpha}$ ,  $L = (1/2)I\dot{\alpha}^2 + mgl \cos(\alpha)$ .

2. Nájdite tvar zovšeobecnej nepotenciálovej sily pre fyzikálne kyvadlo s dĺžkou  $l$  v jeho LPR pre stuneň voľnosti  $\phi$ , na ktoré v jej koncovom bode pôsobí piest. Druhý koniec piesta je uchytený na mieste vysunutom vodorovne o vzdialenosť  $d$  od osi otáčania piesta, pretlak v pieste je  $p$  a jeho vnútorný prierez je  $S$ .

**Výsledok:**

$$Q^n = pS \frac{dl \cos(\phi)}{\sqrt{d^2 + l^2 + 2ld \sin(\phi)}}$$



3. Nájdite tvar zovšeobecných nepotenciálových síl pre dvojramenný manipulátor s rovnobežnými osami, v ktorom je medzi ťažiskom prvého ( $\vec{r}_1$ ) a druhého ( $\vec{l} + \vec{d}$ ) ramena upevnený hydraulický piest (Obrázok). Zovšeobecné sily vyjadrite pomocou uhlov  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  a parametrov manipulátora. Pre vyjadrenie veľkosti sily predpokladajte, že pracovný plyn je ideálny, s aktuálnym látkovým množstvom  $n$ , teplotou  $T$ . Dĺžka ramena s piestom s úplne vtlačeným piestom je  $r_{F0}$ .

**Výsledok:**

$$Q_1^n = F(\phi_1, \phi_2, n, T) \frac{r_1 d \sin(\phi_2 - \phi_1)}{r_F}$$

$$r_F = \sqrt{(l - r_1)^2 + d^2 + 2(l - r_1)d \cos(\phi_2 - \phi_1)}$$

$$F(\phi_1, \phi_2, n, T) = \frac{nRT}{r_F - r_{F0}}$$

