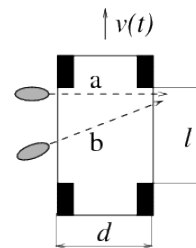


1. Pes (zobrazený ako ovál na obrázku, kde je pohľad zhora na celú situáciu) chce prebehnúť popod rozbiehajúce sa auto. Akú minimálnu konštantnú rýchlosť u musí mať pes ak (a) vbieha pod auto tesne za predným kolesom a ide v smere kolmom na pohyb auta (trajektória (a) na obr.), (b) vbieha v polovici dĺžky auta pričom ide po trajektórii (b) na obrázku. Auto sa pohybuje rovnomerne zrýchle so zrýchlením a a v momente vbiehania psa pod auto má rýchlosť v_0 . Vzdialenosť medzi predným a zadným kolesom je l a šírka auta d .



2. Hmotný bod s hmotnosťou m je uchytený na niti o dĺžke l a otáča sa vo vodorovnej rovine tak, že uhol medzi niťou a osou x ležiacou v rovine otáčania sa mení s časom podľa predpisu $\phi(t) = \pi t^3$. Nájdite (a) polohový vektor, (b) vektor rýchlosti a (c) vektor zrýchlenia ako funkcie času. (d) V akom čase sa niť pretrhne ak veľkosť maximálnej sily, ktorú niť dokáže kompenzovať, je $F = 9l\pi^2 m$? (e) Aký bude smer rýchlosti hmotného bodu v momente pretrhnutia nite?
3. Teleso s hmotnosťou m ťahané silou F hore rovinou naklonenou pod uhlom α sa v dôsledku kinetického trenia pohybuje s konštantnou rýchlosťou. (a) Vyjadrite koeficient trenia pomocou m , F , α a veľkosti gravitačného zrýchlenia g . (b) Akým zrýchlením sa bude toto teleso pohybovať ak je ťahané tou istou silou, no uhol naklonenia sa zmení na $\alpha' < \alpha$ pričom smer rýchlosti ostane rovnaký ako pri naklonení pod uhlom α ? (c) Vyznačte všetky vektory síl pôsobiacich na teleso v prípade b na obrázku. (d) Akým zrýchlením sa bude toto teleso pohybovať ak naň nebude pôsobené silou F a uhol naklonenia sa zmení na $\alpha'' > \alpha$ pri ktorom sa teleso bude kĺzať dole naklonenou rovinou? (e) Nakreslite vektory všetkých pôsobiacich síl v prípade d.

Riešenia sú na nasledujúcich stranách...

Př.1 Spolu 3b

Čas běhu popod auto t :

fyzikální předpoklady

$$l = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \rightarrow t_{1,2} = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2al}}{a}$$

0.5b $t = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2al} - v_0}{a}$ 0.5b

(a) dráha psa d 1/4b

$$u_a \geq \frac{d}{t} = \frac{ad}{\sqrt{v_0^2 + 2al} - v_0}$$

0.5b 1/4b

(b) dráha psa $\sqrt{d^2 + \frac{v_0^2 l^2}{4}}$ 0.5b

$$u_b \geq \frac{\sqrt{d^2 + \frac{v_0^2 l^2}{4}} \cdot a}{\sqrt{v_0^2 + 2al} - v_0}$$

0.5b

Př.2 Spolu 3 1/4b

(a) $\vec{F}(t) = l \cos \pi t^3 \vec{z} + l \sin \pi t^3 \vec{j}$ 0.5b

(b) $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{F}(t)}{dt} = -l \sin(\pi t^3) \cdot 3\pi t^2 \vec{z} + l \cos(\pi t^3) \cdot 3\pi t^2 \vec{j}$ 0.25b

(c) $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = -l \cos(\pi t^3) \cdot 9\pi^2 t^4 \vec{z} - l \sin(\pi t^3) \cdot 6\pi t \vec{z}$
 $- l \sin(\pi t^3) \cdot 9\pi^2 t^4 \vec{j} + l \cos(\pi t^3) \cdot 6\pi t \vec{j}$ 0.25b

(d) $\vec{a}_n(t)$ - normálové zrychlení resp. zrychlení v směru míče

$$\vec{a}_n(t) = a_n(t) \cdot \frac{\vec{F}(t)}{|\vec{F}(t)|} \quad a_n(t) = \frac{\vec{a}(t) \cdot \frac{\vec{F}(t)}{|\vec{F}(t)|}}{\frac{\vec{F}(t)}{|\vec{F}(t)|}}$$

$$= -9\pi^2 l t^4$$

0.5b 1/4b
 nebo jiný přístup k výpočtu \vec{a}_n .

moment přetrhnutí

$$m \vec{a}_n(t_p) = 9l\pi^2 m \left(-\frac{\vec{F}(t)}{|\vec{F}(t)|} \right) \Rightarrow t_p^4 = 1$$

0.5b (nemusí být ve vektorový formě, stačí velikost) $t_p = 1$ 1/4b

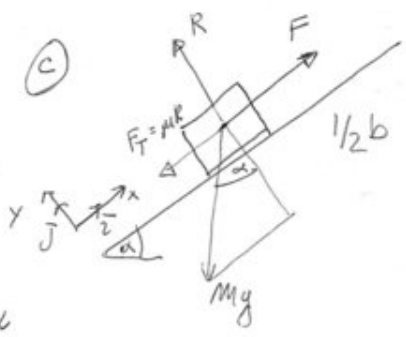
$$\textcircled{e} \quad \vec{v}(t_p) = -l \sin(\pi) 3\pi \vec{i} + l \cos(\pi) 3\pi \vec{j}$$

$$= -\underline{\underline{9\pi l \vec{j}}} \quad 1/4b$$

Pr3 a) Spolu $S^{1/4}b$

$$\vec{i}: \quad ma_x = 0 = F - \mu R - mg \sin \alpha \quad \rightarrow 1/4b$$

$$\vec{j}: \quad ma_y = 0 = R - mg \cos \alpha \quad \rightarrow 1/4b$$



$$0 = F - \mu(mg \cos \alpha) - mg \sin \alpha$$

$$\mu = \frac{F - mg \sin \alpha}{mg \cos \alpha} \quad \rightarrow 1/2b$$

$\downarrow ! v_x > 0$

$$\textcircled{b} \quad ma_x = F - \mu mg \cos \alpha' - mg \sin \alpha' \quad \rightarrow 1/2b$$

$$a_x = \frac{F}{m} - \left(\frac{F - mg \sin \alpha}{mg \cos \alpha} \right) g \cos \alpha' - g \sin \alpha' \quad \rightarrow 1/2b$$

(v různých stavoch úpravy, ale len pomocou F, m, g, α, α')

$\downarrow ! v_x < 0$

$$\textcircled{d} \quad ma_x = +\mu mg \cos \alpha'' - mg \sin \alpha'' \quad \rightarrow 1/2b$$

$$a_x = \left(\frac{F - mg \sin \alpha}{mg \cos \alpha} \right) g \cos \alpha'' - g \sin \alpha'' \quad \rightarrow 1/2b$$

