

# Okruhy a otázky na skúšku z Fyziky dynamických procesov

Peter Bokes, zima 2009.

Okruhy sú rozdelené do skupín približne podľa toho ako boli odprednášané. Z nich budem vytvárať krátke otázky na overenie znalosti pojmov, na skúške ich bude 8. Okrem toho náhodne vyberiem 2 dlhšie otázky (ich zoznam je pod zoznamom okruhov v tomto dokument), ktoré zahŕňajú odvodenie kľúčových konceptov predmetu. Na skúške bude navyše ešte jeden príklad.

## Okruhy:

### 1. Dynamické procesy - úvod

- Geometrické a všeobecné stupne voľnosti, diferenciálne rovnice a jednoznačnosť (a existencia) riešenia.
- Predstava o numerickom riešení dynamických rovníc.

### 2. Pohybové rovnice diskretných sústav I.

- Definícia a vlastnosti tuhého telesa, redukcia síl.
- Odvodenie pohybových rovníc tuhého telesa v inerciálnej sústave
- Tensor zotrvačnosti

### 3. Pohybové rovnice diskretných sústav II.

- Rotácia vektora, rotácia súradnicového systému.
- Uhly charakterizujúce orientáciu tuhého telesa.
- Eulerove pohybové rovnice gyroskopu.

### 4. Energia a práca vykonaná na sústave ideálne tuhých telies

- Práca celkovej sily a práca momentu síl.
- Potenciálové a nepotenciálové sily
- Kinetická energia translačného a rotačného pohybu.

### 5. Lagrangeove pohybové rovnice (LPR) I.

- Geometrické väzby: Holonómne a neholonómne.
- Princíp virtuálnej práce a LPR pre hmotné body.
- Lagrangeove pohybové rovnice pre systém ideálne tuhých telies.

### 6. Lagrangeove pohybové rovnice (LPR) II.

- LPR dvojramenného manipulátora
- LPR manipulátora s plecom
- LPR pre gyroskop

### 7. Lagrangeove pohybové rovnice (LPR) III.

- Nepotenciálové zovšeobecnené sily a ich použitie v LPR, práca vykonaná zovšeobecnenými nepotenciálovými silami.

- Mechatronický popis pohonu jednosmerného elektromotora.
- Variačný počet - funkcionálne derivovanie, variačný princíp, Lagrangeove multiplikátory.

### 8. Dynamika kontinua I.

- Dynamika  $N$  prepojených hmotných bodov: pojem parciálnych diferenciálnych rovníc
- Základné pojmy teórie parciálnych diferenciálnych rovníc: počiatková podmienka, okrajové podmienky, predstava numerického riešenia.

### 9. Dynamika kontinua II.

- Pojem hustoty, rýchlostného poľa a hustoty toku.
- Rovnica kontinuity

### 10. Dynamika kontinua III.

- Tenzor napätia
- Pohybová rovnica kontinua

### Dlhé otázky:

1. Vysvetlite základné myšlienky numerického riešenia pohybových rovníc, vysvetlite Eulerovu metódu na príklade pohybovej rovnice pre jeden stupeň voľnosti, nakreslite obrázok ako bude kvalitatívne vyzerat' postup pri hľadani' riešenia.
2. Odvod'te 1. vetu impulzovú pre ideálne tuhé teleso jeho rozkladom na nekonečne malé hmotné elementy.
3. Odvod'te 2. vetu impulzovú pre ideálne tuhé teleso jeho rozkladom na nekonečne malé hmotné elementy.
4. Odvod'te tvar rotačnej matice pre otáčanie okolo osi  $z$  riešením diferenciálnej rovnice

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \omega \vec{k} \times \vec{r}, \vec{r}(0) = x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j},$$

kde  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  sú kolmé jednotkové vektory a  $\omega$  je konštantná uhlová rýchlosť otáčania.

5. Odvod'te vzťah pre uhlovú rýchlosť gyroskopu vyjadrenú pomocou troch Eulerových uhlov  $\gamma, \beta, \alpha$ .
6. Z 1. a 2. vety impulzovej dokážte, že celková práca vykonaná nepotenciálnymi silami na ideálne tuhom telese sa rovná zmene jeho celkovej energie.
7. Začínajúc s D'Alembertovým princípom odvod'te Lagrangeove pohybové rovnice pre systém  $N$  hmotných bodov ktoré sú zviazané s  $3N - M$  geometrickými väzbami. Použite pritom fakt, že dynamiku týchto bodov možno popísať pomocou  $M$  zovšeobecnených súradníc  $q_i, i = 1, \dots, M$ .
8. Odvod'te Lagrangeovu funkciu pre dvoj-ramenný manipulátor s paralelnými osami otáčania. Ramená majú hmotnosť  $m_1$  a  $m_2$ , momenty zotrvačnosti okolo osí otáčania  $J_1$  a  $J_2$ . Vzdialenosť medzi osami otáčania nech je  $l$  a polohu ťažisk oboch ramien si zvolte.

9. Odvod' te Lagrangeovu funkciu pre dvoj-ramenný manipulátor s plecóm s kolmými osami otáčania. Ramená majú hmotnosť  $m_1$  a  $m_2$ , momenty zotrvačnosti prvého ramena okolo osí otáčania je  $J_1$  a tenzor zotrvačnosti druhého manipulátora je  $\vec{J} = J\vec{e}_1\vec{e}_1 + I(\vec{e}_2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\vec{e}_3)$  pričom smer  $\vec{e}_1$  je pozdĺž druhého ramena. Ťažiská oboch ramien si zvol' te.
10. Odvod' te Lagrangeovu funkciu pre gyroskop s tenzorom zotrvačnosti  $\vec{J} = J\vec{e}_1\vec{e}_1 + I(\vec{e}_2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\vec{e}_3)$  točiaci sa okolo bodu ležiacim na osi symetrie, no mimo jeho ťažiska.
11. Odvod' te pohybové rovnice pre jednosmerný elektromotor a jeho riadiaci obvod s konštantným zdrojom napätia.
12. Vysvetlite v čom spočíva numerické riešenie pohybovej rovnice kontinua, vysvetlite na príklade jednej parciálnej diferenciálnej rovnice pre skalárne pole Eulerovou metódou, nakreslite obrázok ako bude kvalitatívne vyzerat' postup pri hľadání riešenia.
13. Odvod' te pohybovú rovnicu kontinuity (pohybovú rovnicu pre hustotu) pre rýchlostné pole, začínajúc z konštantnosti hmotnosti látky zahrnutej v oblasti  $\Omega(t)$ , pevne spojenej s kontinuumom.
14. Odvod' te pohybovú rovnicu kontinua pre rýchlostné pole, začínajúc z použitia Newtonovho pohybového zákona na oblasť  $\Omega(t)$ , pevne spojenú s kontinuumom.