30 VLNOVÉ VLASTNOSTI ČÁSTIC

Materiální vlny
Difrakce částic

Planckův postulát a další objevy v oblasti částicových vlastností elektromagnetických vln porušily určitou symetrii přírody - částice měly jen (své) částicové vlastnosti, zatímco elektromagnetické vlny měly kromě (svých) vlnových vlastností ještě i částicové. Jinými slovy: látka má jen látkové vlastnosti, zatímco pole má kromě "polních" (tj. vlnových) vlastností ještě i látkové vlastnosti. Této anomálie si poprvé povšimnul L.de Broglie a pokusil se zavést do fyziky opět symetrii tím, že přiřadil - nejprve jen spekulativně - i částicím vlnové vlastnosti. Další vývoj ukázal, že se nejednalo jen o planou spekulaci, ale o jeden z nejpozoruhodnějších přínosů do fyziky vůbec.

30.1 Materiální vlny

Louis de Broglie přišel s myšlenkou o vlnových vlastnostech částic až v roku 1923. Přesto, že se jeho myšlenkou zdála ještě "bláznivější" než byla Planckova hypotéza o kvantové povaze elektromagnetických vln, vzbudila od začátku pozornost a krátce na to se našly přesvědčivé argumenty v její prospěch. Až tehdy, kdy již tuto hypotézu nebylo možno ignorovat, si fyzici uvědomili, že de Broglieův objev značí vlastně konec "staré" v názorných pojmech matematicky přesně formulované fyziky. Od této doby měli fyzici již jen dvě možnosti: buď tvrdošíjně ignorovat jednu z nejpozoruhodnějších vlastností hmoty a zùstat na bázi deterministické fyziky, nebo zahrnout tuto vlastnost do fyzikální teorie za cenu zřeknutí se osvědčených klasických pojmů, jakými jsou např. dráha, rychlost, hybnost a formulovat fyzikální zákony pomocí vztahů, ve kterých "jistota" je nahrazena pojmem "pravděpodobnosti". I přes rozpaky, které mnohde trvají dodnes, musíme konstatovat, že rozumný a užitečný je jen druhý naznačený přístup. Vlastnosti materiálních vln vyjadřují věty 30.1 až 30.3, zatímco omezení klasické fyziky vyjádřeného tzv. Heisenbergovým principem neurčitosti se týká věta 30.4.

30.1
Každé částici s celkovou energií $W=mc^2$ a hybností $p=mv$ můžeme přiřadit materiální vlnu s kmitočtem

$$\nu = \frac{W}{h} \qquad (30.1)$$

a vlnovou délkou

De Broglieho postuláty jsou vlastně obrácením Planckovy a Einsteinovy rovnice, které přiřazují fotonům energii a hybnost. V případě částic je úloha obrácená - částici s energií $W=mc^2$ a hybnosti $p=mv$ je nutno přiřadit vlnu. Její charakteristiky, tj. kmitočet a vlnová délka, jsou určeny obrácenými vztahy (29.1) a (29.2). Na rozdíl od elektromagnetických vln se tyto "materiální" vlny nešíří rychlostí světla c. Jestliže v značí rychlost pohybu částic, pak fázová rychlost materiální vlny, která je podle definice (24.23) rovna součinu kmitočtu a vlnové délky, bude pro případ materiálních vln

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

(30.2)

30.2

Rovinnou materiální vlnu, která popisuje chování volné částice s energií W a hybností p můžeme vyjádřit ve tvaru

$$\psi = \psi_o \, e^{-\frac{j}{\hbar}(Wt - px)},$$

(30.3)

kde jako v dřívějších kapitolách je $\hbar = h/2\pi$ a $j = \sqrt{-1}$.

30.3

Vlnová funkce ψ se interpretuje (v tzv. Bornově pojetí) tak, že její druhá mocnina absolutní hodnoty, což je vzhledem k její komplexní povaze $\psi\psi^*$, určuje hustotu pravděpodobnosti výskytu částice. Výraz

$$dP = \psi(\boldsymbol{r})\psi^*(\boldsymbol{r})d\tau$$

(30.4)

kde dτ je element objemu, má proto význam pravděpodobnosti výskytu částice v objemu $d\tau$ nacházejícího se v místě $\boldsymbol{r}$.

30.4

Heisenbergovy relace neurčitosti jsou

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar,$$

(30.5)

$$\Delta W \Delta t \geq \hbar,$$

(30.6)

$v_f = \nu\lambda = W/mv = mc^2/mv = c^2/v > c$. Tato rychlost má pouze formální význam, protože na kmitočet a vlnovou délku materiálních vln musíme pohlížet jako na dvě vzájemně nezávislé charakteristiky - prvá z nich je určená energií a druhá hybností částice.

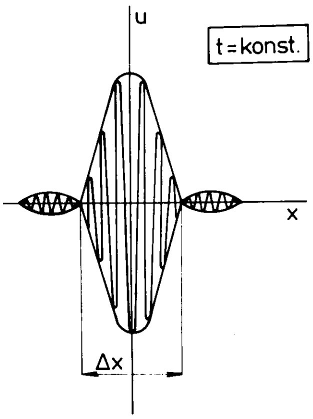
Tvar příslušné materiálové vlny pro případ volné částice můžeme najít tak, že do funkce, popisující rovinnou vlnu (24.13) dosadíme za kmitočet a vlnovou délku podle Broglieho vztahů (30.1) a (30.2). Jestliže tuto funkci označíme písmenem ψ a nazveme vlnovou funkcí, můžeme pro její jednorozměrný případ psát

$$\psi = \psi_o \, e^{-j(\omega t - kx)} = \psi_o \, e^{-2\pi j(\nu t - x/\lambda)} =$$

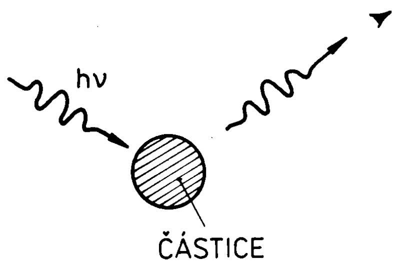
$$= \psi_o \, e^{-(j/\hbar)(Wt - px)}$$

což je funkce (30.3). Nazývá se rovinná materiální de Broglieho vlna. Zdůrazníme však, že sama tato funkce nemůže popsat chování reálné částice, protože se rozprostírá od -∞ do +∞, zatímco částice se nachází vždy v konečném objemu. I kdyby sama vlnová funkce odrážela jakékoliv vlastnosti částice, při tomto způsobu zobrazení bychom došli k závěru, že částice se se svými vlastnostmi projevuje jako nekonečně rozlehlá, což je zřejmě fyzikální nesmysl. Fyzikální smysl by mohla mít jen taková materiální vlna, jejíž intenzita by se lišila od nuly jen v prostoru, v kterém se částice nachází. Viděli jsme v článku 2.43, že takovou vlnu můžeme vytvořit souborem rovinných monochromatických vln se spojitě se měnící vlnovou délkou v určitém intervalu, neboli tzv. Fourierovým integrálem (24.27). Je možno dokázat, že grupová rychlost (věta 24.9) takové skupiny vln, která charakterizuje rychlost přenosu energie vlnou, je totožná s rychlostí skutečného pohybu částice.

kde Δp, Δx, ΔW a Δt jsou neurčitosti v určení hybnosti, souřadnice, energie a času.



Obr. 30.1 Vlnová funkce částice lokalizované v určitém prostoru



Obr. 30.2 K neurčitosti zjištění polohy a hybnosti částice pomocí fotonu

Pokusme se nyní najít matematické vyjádření takového vlnového balíku (klubka) vytvořeného z rovinných monochromatických vln typu (30.3). Jestliže předpokládáme, že amplitudy vln tvořících klubko jsou stejné, tj. A(k)=A, můžeme integrál (24.27) jednoduše vypočítat. Pro čas t=0 dostaneme funkci

$$\psi = \int_{K_o-\Delta K}^{K_o+\Delta K} A\ sin\ (kx)dk = -A\left[\frac{cos\ (kx)}{x}\right]_{k_o\cdot\Delta k}^{k_o+\Delta k} =$$

$$= -A\frac{1}{x}\{cos\ [(k_o+\Delta k)x] - cos\ [(k_o-\Delta k)x]\} =$$

$$= 2A\Delta k\ \frac{sin\ (\Delta k\ x)}{\Delta kx}\ sin\ (k_o x).$$

Průběh této funkce je znázorněn na obr. 30.1. Skládá se z křivky, jejíž obálka má výrazné hlavní maximum a další vedlejší maxima, která ovšem klesají k nule velmi rychle. Zdá se, že je rozumný předpoklad, že vlastní částice se rozprostírá mezi prvými nulovými body hlavního maxima. Tyto body jsou určeny rovnicemi

$$\Delta kx_2 = \pi\ , \qquad \Delta kx_1 = -\pi\ ,$$

takže částice se zřejmě nachází v intervalu

$$x_2 - x_1 = \frac{2\pi}{\Delta k},$$

tj. neurčitost její souřadnice pro výše uvedený předpoklad je

$$\Delta x \geq \frac{2\pi}{\Delta k}. \tag{30.8}$$

Podle vztahu (30.2) můžeme veličinu Δk charakterizovat jako "rozptyl" hybností p tvořících vlnové klubko

$$\Delta k = \frac{2\pi}{\Delta \lambda} = \frac{2\pi \Delta p}{h}.$$

Dosazením tohoto vztahu do vztahu (30.8) dostaneme zajímavou relaci

$$\Delta x \Delta p \geq h. \tag{30.9}$$

Tato relace nám říká, že z hlediska vlnových vlastností můžeme každou částici charakterizovat polohou a hybností nikoliv absolutně přesně, nýbrž s nepřesnostmi, jejichž součin nemůže být libovolně malý. Jinými slovy: vlnový popis chování částice neumožňuje předpovědět přesnou hodnotu souřadnice polohy x a hybnosti *p*, ale uvnitř intervalů, určených "neurčitostmi" x a p, splňujícími vztah (30.9). Nazývá se Heisenbergova relace neurčitosti a představuje vážné omezení pro používání pojmů klasické fyziky (polohy částice a její hybnosti) při zkoumání pohybu částic s přihlédnutím na jejich vlnové vlastnosti. Čím přesněji je určena polohy částice, tím méně přesně je známa její hybnost a naopak.

Přesnější matematický přístup k řešení naznačeného problému vede k tomu, že místo konstanty h ve vztahu (30.9) je nutno psát $\hbar = h/2\pi$, a proto Heisenbergovu relaci neurčitosti zapisujeme ve tvaru (30.5). Můžeme lehce ukázat, že toto omezení postihuje i další páry klasických veličin, např. energii a čas. Jakmile totiž v nerovnosti (30.5) použijeme pro změnu hybnosti vyjádření $\Delta p = m\Delta v = ma\Delta t = F\Delta t$ a uvážíme dále, že součin síly F a dráhy Δx definuje práci, kterou můžeme vyjádřit obecně jako změnu energie ΔW, můžeme nerovnost (30.5) přepsat do tvaru (30.6). V této "verzi" nám relace říká, že nepřesnost ve stanovení energie částice násobená nepřesností určení času trvání děje spojeného s uvolněním nebo přijetím energie ΔW nemůže být menší než konstanta $\hbar$.

Zatím jsme si ukázali, že pomocí rovinných materiálových vln by bylo možné popsat chování volných částic, tj. částic, na které nepůsobí vnější síly. Jakými vlnovými funkcemi jsou však popsány částice, které se nachází ve speciálních podmínkách, např. elektron pohybující se v elektrostatickém poli vytvářeným jádrem? Ukážeme si, že můžeme nalézt velmi obecný princip, který umožňuje takové funkce nalézt. Jestliže pak již známe vlnové funkce, můžeme se dále ptát, co bezprostředně charakterizuje samotná vlnová funkce ψ a dále jak pomocí vlnové funkce nalézt parametry, které nás zajímají, např. pravděpodobnou dráhu částice, její nejpravděpodobnější hybnost nebo energii. Odpověď na druhou otázku najdeme v následujících článcích, uspokojivá odpověď na otázku fyzikálního významu vlnové funkce prozatím neexistuje. Všeobecně se ale uznává tzv. Bornova interpretace vlnové funkce, podle které samotná vlnová funkce nemá žádný konkrétní význam, avšak její druhá mocnina ψ^2 - resp. vzhledem k tomu, že vlnová funkce je obecně komplexní funkce, výraz $\psi\psi^*$ charakterizuje pravděpodobnost výskytu částice. Taková interpretace se zdá být logická proto, že jsme se snažili charakterizovat částici grupou vln tak, aby výsledná vlna měla od nuly různou hodnotu amplitudy jen v místě výskytu částice. Pravděpodobnost výskytu částice musí však být úměrná i velikosti objemu dτ, ve kterém ji hledáme, proto je správné psát rovnici (30.4). Pravděpodobnost, že částice je vůbec někde v prostoru je rovna 1, proto musí platit i rovnice

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi\,\psi^{*}\, d\tau = 1\,. \tag{30.10}$$

Jestliže vlnová funkce ψ splňuje i rovnici (30.10) říkáme, že je to vlnová funkce normovaná.

Poznámka:

1. Z toho, co jsme doposud řekli vyplývá, že pohyb částice s ohledem na jejich vlnové vlastnosti můžeme řešit pomocí vlnových funkcí, přičemž samotné vlnové funkce nemají žádný fyzikální význam. Jsou jen "slámou", bez které by nebylo zrno - po splnění své funkce se sláma "spálí". Již na tomto místě můžeme význam tohoto výroku naznačit. Celkovou energii částice si můžeme vyjádřit $W=mc^2=m_o c^2+W_k+W_p$, což pro volné částice s rychlostmi $v<<c$ přechází na vztah $W=m_o c^2+1/2\, mv^2$. Dosazením tohoto výrazu do vztahu (30.3) dává nerelativistickou vlnovou funkci volné částice

$$\psi = \psi_o\, e^{-(j/\hbar)(W_k t - px)}\,.\, e^{-j/\hbar\,(m_o c^2 t)}.$$

Je zajímavé ihned zde podotknout, že poslední člen je nezávislý na pohybovém stavu částice, nemění hustotu pravděpodobnosti (30.4) a proto člen s klidovou energií budeme v dalším vypouštět a při popisu pohybového stavu částice používat celkovou energii ve tvaru $W=W_k+W_p$.

2. Heisenbergovy relace neurčitosti se často interpretovaly jako princip silně omezující poznatelnost světla. Ve skutečnosti tyto relace omezují jen používání klasických pojmů ve vlnové mechanice. K jejich formulaci se můžeme dostat i pomocí názornějších úvah demonstrujících zvláštnost poznávacího procesu v mikrosvětě. Jestliže např. chceme přesně znát polohu částice, musíme k ní vyslat nějakou jinou částici nebo vlnu, charakterizovanou co nejmenší vlnovou délkou (obr. 30.2). Nepřesnost určení polohy je pak zřejmě závislá na vlnové délce užitého záření nebo svazku mikročástic. Při interakci se zkoumanou částicí se totiž její stav pozmění a to tím více, čím větší hybnost, tj. čím menší vlnovou délku má částice, prostřednictvím které "poznáváme" mikrosvět. Vzniká tedy velká nepřesnost ve stanovení hybnosti pozorované částice. Naopak při použití světla s velkou vlnovou délkou vznikne velká nepřesnost ve stanovení polohy a malá nepřesnost při určení hybnosti. Z principiálních příčin tedy není možné jedno i druhé přesně změřit. Jelikož nepřesnost ve stanovení polohy je $\Delta x \doteq \lambda$ a nepřesnost ve stanovení hybnosti je $\Delta p \doteq h/\lambda$, je tedy přinejmenším $\Delta x \Delta p = h$, což souhlasí s relací (30.5). S analogickými výsledky bychom se setkali při každé analýze poznávacího procesu.

de BROGLIE Louis Victor (brojli), 1892, francouzský teoretický fyzik. Původně vystudoval teorii literatury, později ho zaujaly současné fyzikální problémy. Absolvoval studium fyziky a intenzivně se zabýval zejména základními myšlenkami Einsteinovy teorie světelných kvant, která pomalu upadala v zapomenutí. Inverzí Einsteinova postupu přiřadil každé částici materiální vlnu s vlnovou délkou jednoznačně určenou hybností částice a Planckovou konstantou a r. 1924 přesně zformuloval základy vlnové mechaniky. O pět let později se stal nositelem Nobelovy ceny za fyziku.

HEISENBERG Werner Karl (hajznberg), 1901-1976, německý teoretický fyzik, žák Sommerfelda, Borna a Bohma. Jeho prvé vědecké práce se týkaly některých problémů hydrodynamiky, spektroskopie, rozptylu světla atomy prostředí a nepřesahují rámec Bohrovy kvantové teorie. Spolupráce s Bornem a pobyt v centru fyzikálního dění v Kodani u Bohra byly pro Heisenberga impulzem k opuštění tradičních představ o jevech v atomech a podnětem k úplně novému nestandardnímu přístupu k formulaci dynamiky atomů, Výsledkem byla pozoruhodná práce z maticové mechaniky, publikovaná r. 1925, která byla důležitým krokem vpřed v úsilí o formulaci kvantové mechaniky. Do prvé skupiny patří zejména práce z teorie feromagnetizmu, kvantové elektrodynamiky, jaderné fyziky, kosmického záření. Heisenberg zavedl do fyziky důležitý pojem výměnných sil jako kvantověmechanický efekt bez klasické analogie, zformuloval proton-neutronovou představu o složení jádra (současně a nezávisle od D.D.Ivaněnka). Cenný je přínos Heisenberga k otázkám interpretace kvantové mechaniky. Za významný podíl na formulaci a interpretaci kvantové mechaniky byl Heisenberg r. 1932 odměněn Nobelovou cenou za fyziku.

30.2 Difrakce částic

Nejpřesvědčivějším důkazem existence vlnových vlastností částic je vznik interference a ohybu, proto po zveřejnění de Broglieho myšlenky se začaly hledat důkazy o vlnových vlastnostech částic tak, že se fyzikové zaměřili na hledání interferenčních a ohybových jevů, které by vznikly při odraze nebo průchodu svazku částic v látkových prostředích. Nejvhodnějšími částicemi se ukázaly elektrony a nejvhodnějším prostředím pro pozorování těchto jevů - dokonalé krystaly. Podle rovnice (30.2) se totiž při běžných rychlostech elektronů nachází jejich vlnová délka v okolí 0,1 *nm*, takže "vrypy" na mřížce vhodné pro pozorování interferenčních jevů by musely být od sebe vzdáleny přibližně stejně, nebo i destička, na níž bychom interferenci mohli pozorovat by musela mít řádově tuto tloušťku. Z technického hlediska je výroba takových "překážek" nerealizovatelná. Naštěstí příroda sama nabídla mřížky a planparalelní destičky takové tloušťky - krystaly vhodných látek. Mřížkové konstanty, tj. vzdálenosti mezi sousedními atomy v krystalu jsou totiž přibližně stejně velké, asi (0,3 až 0,8) *nm*. Na takových objektech, konkrétně na krystalech niklu, Davison a Germer skutečně získali interferenční obrazce se svazkem elektronů v souhlase s tzv. Braggovou rovnicí (věta 30.6).

30.5
Vlnová délka materiálních vln elektricky nabitých částic, které byly urychleny elektrickým polem s napětím U je

Vztah (30.11) je jednoduchým důsledkem rovnice (30.2) a zákona vyjadřujícího energetickou bilanci při průchodu elektricky nabitých částic elektrickým polem (19.15). Ze zákona zachování celkové energie částice plyne, že po celou dobu pohybu částice musí celková energie částice (v

$$\lambda = \frac{h}{(2mQU)^{\frac{1}{2}}},$$

(30.11)

kde *m* je hmotnost částice a Q je jejich elektrický náboj.

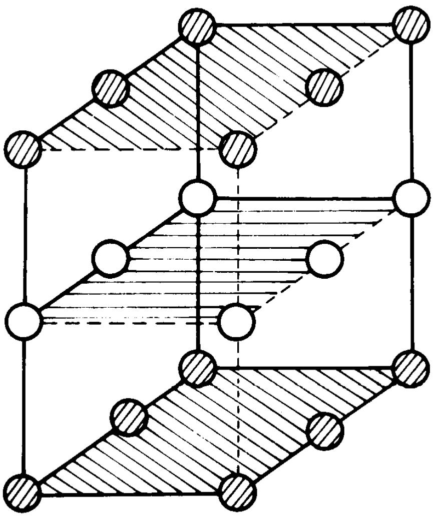
30.6

Braggova rovnice pro maxima v interferenčním obrazci je

$$2\ a\ sin\ \vartheta = N\lambda, \qquad N = 1,2,3...\ ,$$

(30.12)

kde a je vzdálenost mezi krystalickými rovinami, ϑ je úhel dopadu částic na krystal a λ je jejich vlnová délka.



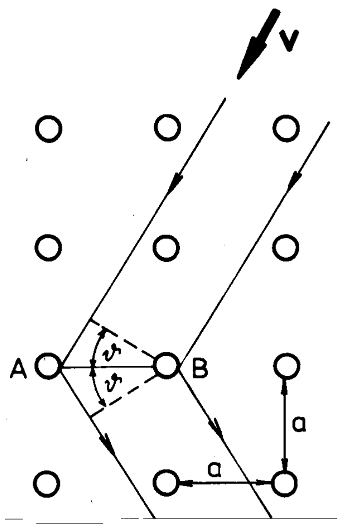
Obr. 30.3 Schéma krystalu se dvěma druhy atomů

našem případě součet kinetické a potenciální energie) nezměněna. Platí tedy rovnice

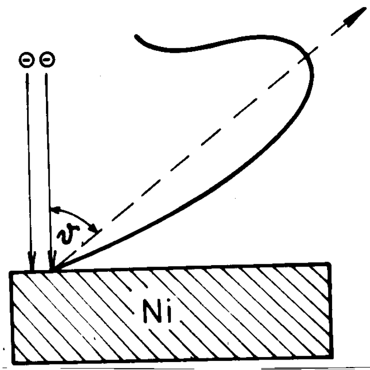
$$QU = \frac{1}{2}mv^2,$$

z které vyplývá v=(2 QU/m)$^{1/2}$, což dosazením do vztahu (30.2) dává výraz (30.11). podobný vztah jsme již použili při diskusi elektronového mikroskopu ve článku 26.4. Pro elektrony s hmotností $m \doteq 10^{-30}$ kg a nábojem q=1,6.10^{-19} C, které projdou elektrickým polem s napětím U=100 V, vychází $\lambda \doteq 0{,}1$ nm. Přibližně stejnou vlnovou délku mají i paprsky rentgenového záření, proto proud elektronů a rentgenové paprsky by měly poskytovat stejné ohybové obrazce (pokud je myšlenka L. de Broglieho správná). Vyšetřeme proto nejprve okolnosti, za kterých vznikají ohybové a interferenční jevy pro rentgenové paprsky.

Krystal pevné látky si můžeme představit jako sled rovin tvořených jednotlivými v prostoru přísně pravidelně rozmístěnými atomy (obr. 30.3). Jestliže na takový krystal dopadne paprsek elektromagnetického záření, vznikne složitý mikrofyzikální proces. Atomy se pod vlivem záření dostanou do vzbuzeného stavu a začnou samy vyzařovat. Toto záření se šíří všemi směry a má přibližně povahu kulových vln. Totéž se však odehrává i s ostatními atomy. V jednotlivých směrech se tak setkají vlny pocházející z různých zdrojů, ty se navzájem skládají, interferují, tj. vzájemně se zesilují nebo zeslabují. Ptejme se, ve kterých směrech nastane maximální - nebo jinak - ve kterých místech stínítka budeme pozorovat interferenční maxima? W.L.Bragg navrhl řešení vyplývající z obr. 30.4, které se ukázalo jako úplně vyhovující. Jen takové dva paprsky rozptýlené



Obr. 30.4 K odvození Braggovy rovnice



Obr. 30.5 Výsledek pokusu Davissona a Germera s rozptylem elektronů na krystalu niklu

atomy A a B se mohou zesílit, jestliže jejich dráhový rozdíl (podle podmínky /24.15/) je roven celočíselnému násobku jejich vlnové délky. Příslušný drahový rozdíl je

$$\Delta s = 2\ a\ sin\ \vartheta , \tag{30.13}$$

kde a je vzdálenost atomů A a B, neboli vzdálenost dvou sousedních atomových rovin a úhel ϑ je úhel rozptylu elektromagnetických vln. Jelikož podmínka maximálního zesilnění je $\Delta s = N\lambda$, dostaneme z rovnice (30.13) přímo Braggovu podmínku (30.12). Jestliže na povrch krystalu dopadá monochromatický svazek paprsků, všechny atomy v příslušných rovinách přispívají k tvorbě rozptýleného paprsku do směru o úhlu ϑ, proto se v difrakčním obrazci na příslušném místě objeví výrazná stopa. Známe-li vlnovou délku záření λ a řád maxima (číslo N) můžeme touto metodou stanovit vzdálenosti mřížkových rovin a.

Předpokládejme nyní, že místo rentgenového záření dopadá na povrch krystalu svazek rovnoběžně se pohybujících elektronů. Jestliže na elektron pohlížíme jako na klasickou částici (bez vlnových vlastností), můžeme předvídat jen jeden výsledek - prakticky izotropní rozložení elektronů odražených od jednotlivých atomů na základě interakce s kladně nabitými jádry. Mají-li však tato částice i vlnové vlastnosti, musí se rozptyl elektronů do jednotlivých směrů po odrazech od atomů řídit vlnovými zákony, tj. konkrétně Braggovým zákonem (30.12). Podle tohoto zákona při dané vlnové délce dopadajících částic λ a vzdálenosti atomů a existuje alespoň jedno maximum (N=1), tj. jeden směr (a na stínítku jedno místo), do kterého se rozptyluje větší počet elektronů, než jinam. V pokusech Davissona a Germera se ukázalo, že pro nikl a elektrony, které jsou urychleny napětím U=54 V skutečně existuje výrazné maximum pro úhel ϑ=50° (obr. 30.5). Vlnová délka elektronů při tomto napětí podle (30.11) je λ=0,165 nm. Tím se věrohodně potvrdila myšlenka de Broglieho a v současnosti se tento princip široce využívá při zkoumání struktury pevných látek. Vlnové vlastnosti elektronů se prakticky využily i při konstrukci elektronových mikroskopů. (článek 26.4).

Podle de Broglieho se všechny částice - nejen elektrony - musí vyznačovat i vlnovými vlastnostmi. Skutečně se ukázalo, že i protony, heliová jádra (α částice) a další atomy se při interakci s krystaly chovají stejně jako elektrony. Vlnové vlastnosti nejsou vázány jen na elektricky nabité částice - právě tak dobře můžeme pozorovat difrakční obrazce i s neutrony. Na tomto jevu založená tzv. neutronografie je v současnosti velmi rozšířenou metodou zkoumání krystalických struktur.

Principiálně i každému tělesu v makrofyzice můžeme podle vztahu (30.2) přiřadit vlnovou délku. Tak např. míč o hmotnosti m=0,1 kg, který se pohybuje rychlostí v=10 ms^{-1} by byl charakterizován materiální vlnou s vlnovou délkou λ=6.10^{-34} m. Je zřejmé, že nemůžeme vymyslit takový experiment, ve kterém by se takové krátké vlny mohly projevit, proto nemá význam hovořit o vlnových vlastnostech makroskopických objektů.

DAVISSON Clington Joseph (devisn), 1881-1958, americký fyzik. Jeho dnes již historický experiment provedený spolu s L.H.Germerem a dokazující vlnové vlastnosti elektronů byl významným potvrzením de Broglieho hypotézy. Za jeho realizaci získal Davisson r. 1937 Nobelovu cenu.

GERMER Lester Halbert (džörmer), 1896, americký fyzik. S C.J.Davissonem spolupracoval v oblasti emise elektronů a elektronové optiky, spolu s ním realizoval experimentální důkaz ohybu elektronového svazku na krystalu niklu.

BRAGG William Henry (brag), 1862-1942, anglický fyzik, matematik a krystalograf. Spolu se svým synem Lawrencem Williamem dosáhl velkých úspěchů při zkoumání struktury krystalu pomocí rentgenova záření. Jejich rovnice se stala trvalým základem strukturní analýzy. Za společnou vědeckou práci byli otec i syn odměněni udělením Nobelovy ceny za fyziku v r. 1915.