25 ELEKTROMAGNETICKÉ VLNĚNÍ

Teoretický důkaz existence elektromagnetického vlnění
Vlastnosti elektromagnetických vln
Elektromagnetické záření - radiometrie, světlo - fotometrie

Významným druhem vlnění je vlnění elektromagnetického pole. Jeho existence byla nejdříve dokázána teoreticky J.C.Maxwellem na základě obecných rovnic elektromagnetického pole. Experimentálně dokázal existenci elektromagnetických vln H.Hertz v roce 1988. Tyto objevy měly velký význam pro fyziku a techniku, protože pomohly pochopit podstatu světla a objasnit celou řadu světelných jevů a technice poskytly velmi rychlý prostředek k přenášení zpráv a obrazů.

25.1 Teoretický důkaz existence elektromagnetického vlnění

Důkaz existence elektromagnetického vlnění spočívá v tom, že na základě Maxwellových rovnic odvodíme pro vektory ***E*** a ***B*** diferenciální rovnice, které jsou formálně totožné s vlnovou rovnicí (věta 25.1). Rychlost šíření těchto vln blíže určuje věta 25.2.

25.1
V neohraničeném homogenním a izotropním nevodivém prostředí bez přítomnosti elektrických nábojů vyhovují vektory intenzity elektrického a indukce magnetického pole vlnovým rovnicím

$$\frac{\delta^2 \vec{E}}{\delta t^2} = \frac{1}{\epsilon \mu} \Delta \vec{E} \tag{25.1}$$

$$\frac{\delta^2 \vec{B}}{\delta t^2} = \frac{1}{\epsilon \mu} \Delta \vec{B} , \tag{25.2}$$

kde ϵ je permitivita a μ je permeabilní prostředí.

Maxwellovy rovnice (/22.50/ - /22.53/) pro homogenní a izotropní nevodivé prostředí bez elektrických nábojů (i=0, ρ=0) můžeme napsat ve tvaru

$$div\ \boldsymbol{D} = 0 \qquad div\ \boldsymbol{B} = 0$$
$$rot E = -\frac{\delta \boldsymbol{B}}{\delta t} \qquad rot B = \epsilon \mu \frac{\delta \boldsymbol{E}}{\delta t} . \tag{25.4}$$

Perciálním derivováním poslední rovnice podle času (při využití možnosti záměny pořadí operátorů rot a δ/δt) dostaneme rovnici

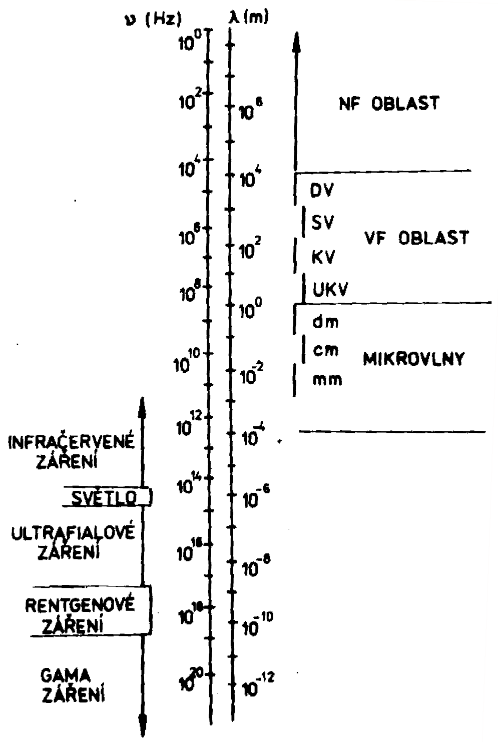
$$rot \frac{\delta \boldsymbol{B}}{\delta t} = - rot\ rot\ \boldsymbol{E} = \epsilon \mu \frac{\delta^2 \boldsymbol{E}}{\delta t^2} . \tag{25.5}$$

Na základě definice operátoru rot však můžeme psát

25.2
Rychlost šíření (fázová rychlost) elektromagnetických vln je určena vztahem

$$v = \frac{1}{(\epsilon\,\mu)^{\frac{1}{2}}} \tag{25.3}$$

a je totožná s rychlostí světla. Ve vakuu je přibližně rovna 3.10^{8} m s^{-1}.



Obr. 25.1 Elektromagnetické spektrum

$$-rot\ rot\ \boldsymbol{E} = -\nabla x(\nabla \times \vec{E}) =$$
$$= \nabla(\nabla .\vec{E}) + \Delta\vec{E} = \Delta\vec{E},$$

protože $\nabla\boldsymbol{E}$=div $\boldsymbol{E}$=0 a operátor Δ definuje Laplaceův operátor (vztah /7.5/). Dosazením tohoto výsledku do rovnice (25.5) dostaneme ihned rovnici (25.1), kterou jsme měli odvodit. Podobně jednoduše bychom našli i rovnici (25.2). Porovnáním takto odvozených rovnic s vlnovou rovnicí (24.2) najdeme, že rychlost šíření (fázová rychlost) těchto vln je skutečně daná vztahem (25.3). Ve vakuu musí proto platit

$$v_o = \frac{1}{(\epsilon_o \mu_o)^{\frac{1}{2}}} = (8{,}86\,.10^{-12}.4\pi\,.10^{-7})^{-\frac{1}{2}} =$$
$$= 2{,}997\,.10^{8} m\ s^{-1}.$$

Rychlost elektromagnetických vln ve vakuu je tedy totožná s rychlostí světla ve vakuu.

Právě uvedená skutečnost byla pro Maxwella východiskem k tvrzení, že světlo není vlněním tajemného "etéru", ale vlněním elektromagnetického pole. Položil tím základ k výkladu optických jevů na základě představy, že světlo je elektromagnetické vlnění, a to vlnění s velmi velkým kmitočtem a tedy velmi malou vlnovou délkou. H.R.Hertz roku 1888 dokázal, že existují i elektromagnetické vlny s podstatně menším kmitočtem a větší vlnovou délkou (až do několika km).

Další rozvoj fyziky ukázal, že v přírodě existuje, resp. je možno realizovat ohromně široké spektrum elektromagnetického vlnění - prakticky od nulového kmitočtu až do kmitočtu řádu 10^{22} *Hz,* tj. od vlnění s prakticky nekonečnou vlnovou délkou až po vlnění s vlnovou délkou řádu $10^{-15}m$. Zahrnuje dlouhé, krátké a velmi krátké radiové vlny, decimetrové, centimetrové a milimetrové vlny, tepelné záření, infračervené záření, viditelné záření (světlo) a ultrafialové záření a nakonec i rentgenové a gama záření. Za těmito oblastmi se nachází záření, které nazýváme kosmickým zářením - o jeho původu však zatím mnoho nevíme. Schematicky jsou tyto elektromagnetické vlny vyznačeny na obr. 25.1.

Poznámka:

I když objev o elektromagnetické povaze světla byl nepochybně geniální, budoucnost ukázala, že Maxwell neobjevil "celou" podstatu světla. Jen na bázi uvedené vlnové představy bychom mohli pochopit, proč např. dlouhovlnné elektromagnetické záření není pro člověka škodlivé, i když může představovat relativně velkou hodnotu energie, zatímco rentgenové nebo gama záření je pro člověka nebezpečné i v malých energetických dávkách. Souvisí to s tím, že kromě vlnových vlastností má světlo (a elektromagnetické vlnění vůbec) i do určité míry protichůdné korpuskulární (částicové) vlastnosti, které jsou tím výraznější, čím kratší vlnovou délku má zkoumané záření. S těmito vlastnostmi se seznámíme později.

HERTZ Heinrich Rudolf (herc), 1857-1894, německý fyzik, do experimentální práce se zapojil jako praktikant ve fyzikální laboratoři u tehdy již známého Helmholtze. Byl velkým zastáncem a propagátorem Maxwellovy teorie elektromagnetického pole a velkou část svých experimentálních prací zaměřil na hledání důkazů existence elektromagnetických vln. Vypracoval vhodnou experimentální metodiku a r. 1887 v laboratorních podmínkách elektromagnetické vlny skutečně "vyrobil". Podrobně prozkoumal jejich základní vlastnosti, podal důkaz o totožnosti elektromagnetických a světelných vln a některé problémy zpracoval i teoreticky (dnešní formulace Maxwellových rovnic je rovněž dílem H.R.Hertze). Na jeho počest je jeho jménem pojmenována jednotka kmitočtu.

25.2 Vlastnosti elektromagnetických vln

Viděli jsme v odstavci 24.1, že vlnová rovnice (24.2) připouští řešení v podobě kulových, resp. rovinných monochromatických vln. Z toho vyplývá, že v neohraničeném homogenním a izotropním prostředí mohou existovat kulové, resp. rovinné elektromagnetické vlny. Jejich nejpodstatnější vlastnosti jsou obsažené v tvrzeních 25.3 - 25.6.

25.3
Elektromagnetické vlnění je příčné vlnění, tj. vektory $\boldsymbol{E}$ a $\boldsymbol{B}$ jsou kolmé na směr šíření vlny.

25.4
V homogenním, izotropním a nevodivém prostředí jsou vektory $\boldsymbol{E}$ a $\boldsymbol{B}$ na sebe kolmé a spolu s jednotkovým vektorem i určují směr šíření v pořadí $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$ tvoří pravotočivou soustavu

$$\boldsymbol{B} = \sqrt{\epsilon \mu}\ (\boldsymbol{i} \times \boldsymbol{E}) \tag{25.6}$$

Vzájemná kolmost vektorů $\boldsymbol{E}$ a B a jejich kolmost na směr šíření, tj. vlastnost příčného vlnění, vyplývá bezprostředně z Maxwellových rovnic (25.4). Předpokládejme pro jednoduchost, že rovinné elektromagnetické vlnění se šíří ve směru osy x. V tom případě můžeme např. vektor intenzity elektrického pole vyjádřit pomocí funkce

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{f}\left(t - \frac{x}{v}\right) = \boldsymbol{f}\ (a), \tag{25.11}$$

kde $\boldsymbol{f}$ je nějaká periodická funkce. Její rotace je

$$E = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} (B \times i).$$

(25.7)

Energie přenášená elektromagnetickým vlněním jednotkovým průřezem za jednotku času, neboli vektor intenzity elektromagnetického záření je určen tzv. Poyntingovým vektorem (často se nazývá Poyntingův-Umovův vektor)

$$I = E \times H.$$

(25.8)

Jednotka intenzity elektromagnetického záření je $[I] = W\,m^{-2}$.

25.5
Elektromagnetické vlnění šířící se ve vakuu vyvolává tlak

$$p = \frac{I}{c}$$

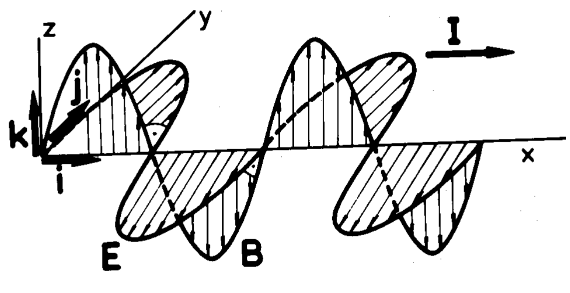
(25.9)

jestliže jde o úplně pohlcující prostředí a

$$p = 2\frac{I}{c}$$

(25.10)

v případě dokonale odrážejícího prostředí.



Obr. 25.2 Grafické zobrazení vektorů *E* a ***B*** v elektromagnetické vlně

$$rot\ E = rot\ f\left(t - \frac{x}{v}\right) = i\frac{\delta}{\delta x} \times f\left(t - \frac{x}{v}\right) = = -\frac{i}{v} \times \frac{df}{da}.$$

Jestliže toto vyjádření dosadíme do třetí rovnice (25.4), dostaneme rovnici

$$\frac{\delta B}{\delta t} = \frac{i}{v} \times \frac{df}{da} = \sqrt{\epsilon\mu}\ i \times \frac{df}{da} = = \sqrt{\epsilon\mu}\ i \times \frac{\delta E}{\delta t},$$

(25.12)

z které bez těžkosti dostaneme vztah (25.6). Z tohoto vztahu vyplývá, že vektor ***B*** je kolmý na vektor ***E*** a na vektor ***i***, tj. na směr šíření. Rovnici (25.7) můžeme dokázat tak, že vynásobíme rovnici (25.6) vektorově jednotkovým vektorem ***i***. Jedná se tedy skutečně a příčné vlnění s navzájem kolmo se měnícím vektorem intenzity elektrického pole a vektoru indukce magnetického pole (obr. 25.2).

Energii přenášenou harmonickou elektromagnetickou vlnou jednotkovou plochou za jednotku času určuje rovněž vztah $i=w.v$ (tvrzení 24.19), ve kterém je v rychlost šíření (v našem případě $v=1/\sqrt{\mu\epsilon}$) a w je objemová hustota energie, která pro elektromagnetické pole má vyjádření (22.1). Jelikož směr šíření elektromagnetické vlny jsme orientovali do osy x, můžeme příslušný vektor intenzity záření vyjádřit ve tvaru

$$i = w.v = \frac{1}{2}(E.D + H.B)\frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}i = = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}E.E + \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}H.H\right) i.$$

(25.13)

Podle rovnice (25.6) a (25.7) je však $\sqrt{\mu/\epsilon}\,\boldsymbol{H}=\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{E}$ a $\sqrt{\epsilon/\mu}\,\boldsymbol{E}=\boldsymbol{H}\times\boldsymbol{i}$, takže vztah (25.13) můžeme upravit na tvar

$$T=\frac{1}{2}[\boldsymbol{E}.(\boldsymbol{H}\times\boldsymbol{i})+\boldsymbol{H}(\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{E})]\boldsymbol{i}=\frac{1}{2}[(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}).\boldsymbol{i}+(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}).\boldsymbol{i}]\boldsymbol{i}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}.$$

Z hlediska měření je výhodné pracovat se střední hodnotou intenzity elektromagnetického vlnění, která pro harmonickou vlnu má tvar

$$I_s=\frac{E_oH_o}{2}=\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}\,\frac{E_o^2}{2}=\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\,\frac{H_o^2}{2}. \tag{25.14}$$

Tím jsme dokázali tvrzení 25.4 a zbývá ještě ukázat, že elektromagnetické vlnění vyvolává tlak utčený vztahem (25.9), resp. (25.10). Při důkazu těchto tvrzení si vezmeme na pomoc vztah odvozený v mechanice (13.40). Podle něho při odrazu proudu částic od pevné překážky (stěny) vzniká při dokonalém odrazu na stěnu tlak p

$$p=2p^{*}, \tag{25.15}$$

kde p^{*} je hybnost přenášená částicemi dopadajícími na jednotkovou plochu za jednotku času. Viděli jsme (tvrzení 24.20), že harmonická vlna rovněž přenáší hybnost $p=W/v$, kde W je energie, proto můžeme očekávat vznik tlaku na překážku. Elektromagnetické vlnění procházející jednotkovou plochou za jednotku času má energii určenou vektorem intenzity (Poyntingovým vektorem) $\boldsymbol{I}$, proto mu odpovídá hybnost $p=I/v$, takže příslušný tlak určený vztahem (25.15) je

$$p=2\frac{1}{v}.$$

Tento případ odpovídá úplnému odrazu vlny. Při úplné absorpci je tlak jen poloviční, protože změna hybnosti při odrazu je dvakráte větší. Jestliže se část záření odráží (např. R-tá část), je tlak elektromagnetické vlny určen vztahem

$$p=\frac{1}{v}(1+R),$$

což je možno lehce dokázat.

Poznámka:

Při odvození vztahu pro tlak elektromagnetického vlnění jsme využili analogii s mechanikou částic. Vzniká otázka, zda je tento postup oprávněný. Experimenty, s kterými se seznámíme později, ukázaly, že elektromagnetické vlnění má skutečně i částicové vlastnosti (viz předcházející poznámka). Elektromagnetické vlnění sestává z určitých kvant energie o velikosti h ν, kde h je Planckova konstanta, ν je kmitočet vlnění, které každé ve shodě se vztahem (24.20) je nosičem hybnosti $p=W/c=h\nu/c$. Experimentální zjištění světelného tlaku, které provedl sovětský fyzik A.G.Stoletov, bylo právě jedním z těchto experimentů potvrzujících materiální a kvantovou podstatu světla.

POYNTING John Henry, 1852-1914, anglický fyzik, vědecké práce jsou zaměřeny na vyšetřování elektrických jevů, přenos energie vyzařování a tlaku elektromagnetického záření. Zavedl r. 1884 představu o toku elektromagnetické energie (vektor Poyntinga). Dále změřil hustotu Země (1891) a gravitační konstantu (1893).

25.3 Elektromagnetické záření - radiometrie, světlo - fotometrie

Dokud nebyla objasněna podstata světla, tvořila optika, tj. nauka o světle a jevech s ním spojených, samostatnou kapitolu fyziky. Z Maxwellovy teorie jednoznačně vyplynulo, že světlo není ničím jiným, než elektromagnetickým vlněním. Z tohoto důvodu se optika v současnosti zařazuje do kapitoly o elektromagnetickém vlnění.

K popisu interakce elektromagnetického vlnění s látkovým prostředím (emisi a absorpci) se zavádí tzv. radiometrické (energetické) veličiny a jednotky. Základními radiometrickými veličinami jsou: zářivý tok, spektrální hustota zářivého toku, zářivost, intenzita vyzařování a ozáření. Jelikož vlastnosti světla jsou totožné s vlastnostmi elektromagnetického vlnění, není nutné nevyhnutelně zavádět pro jeho charakteristiku ještě další veličiny a jednotky. Na druhé straně však skutečnost, že světlo je ta část elektromagnetického vlnění, které vyvolává zrakové vjemy a tím podmiňuje celou řadu fyziologických jevů je příčinou toho, že vzniklo celé nové vědní odvětví, které se zabývá jen světlem a měřením jeho charakteristik. Nazývá se fotometrie. Jejími základními veličinami jsou světelný tok, spektrální hustota světelného toku, svítivost, světlení a osvětlení. Základní poznatky o těchto veličinách jsou shrnuty ve větách 25.6 až 25.11.

25.6

Radiometrická veličina - zářivý tok Φ_e je energie prošlá plochou *S* za jednotku času. Hustota zářivého toku se zavádí jako vektor $\boldsymbol{\psi}_e$ a se zářivým tokem souvisí podle vztahu

$$\phi_e = \int_S \psi_e . d\boldsymbol{S}, \tag{25.16}$$

Relativně velký počet specifických veličin v optice vyplývá ze skutečnosti, že normální tzv. bílé světlo, obsahuje celé spektrum vlnových délek a dále ze skutečnosti, že zdroji světla mohou být bodové, tak i plošné zdroje. Vztahy (25.16) - (25.24) jsou definiční. Jednoduché odvození vyžadují vztahy (25.25) a (25.26). Odvodíme je tak, že do definice ozáření (25.23) dosadíme za zářivý tok $d\phi_e$ jednou podle vztahu (25.16) a podruhé ze vztahu (25.19). Dostaneme tak kde $d\boldsymbol{S}$ je element plochy. Po formální stránce je hustota zářivého toku totožná s Poyntingovým vektorem (25.8). Jednotka zářivého toku je $[\Phi_e]=W$. Odpovídající fotometrická veličina - světelný tok Φ definujeme stejným vztahem, jen vektor ψ je určen výrazem

$$\psi = \int_o f_\lambda \ \psi_\lambda \ d\lambda ,$$

kde ψ_λ je hustota světelného toku, připadající na jednotkový interval vlnové délky a faktor f_λ vyjadřuje citlivost lidského oka na příslušnou délku světla.

Jednotka světelného toku $[\Phi]=lm$, (lumen), 1 lumen je světelný tok vyzařovaný do prostorového úhlu 1 sr bodovým zdrojem, jehož svítivost je ve všech směrech 1 cd (kandela) - definice svítivosti ve větě 25.8.

25.7

Spektrální hustota zářivého toku $\phi_{e\lambda}$ je definována podílem

$$\phi_{e\lambda} = \frac{d\Phi e}{d\lambda}, \tag{25.17}$$

takže platí rovnice

$$\phi_e = \int_o^\infty \Phi_{e\lambda} \ d\lambda . \tag{25.18}$$

Jednotka spektrální hustoty zářivého toku je $[\phi_{e\lambda}]=M\,m^{-1}$.

25.8

K charakteristice bodových zdrojů zavádíme: radiometrickou veličinu - <u>zářivost</u> I_e jako podíl vyzařovaného zářivého toku $d\,\Phi_e$ a odpovídajícího

$$E_e = \frac{d\Phi_e}{dS} = \frac{I_e d\Omega}{dS} = \frac{I_e d\Omega}{r^2 d\Omega}\cos\ \alpha = \\ = \frac{I_e}{r^2}\cos\ \alpha$$

resp. vztah

$$E_e = \frac{d\Phi_e}{dS} = \frac{\psi_e d\boldsymbol{S}}{dS} = \frac{\psi_e dS}{dS}\cos\ \alpha = \\ = \psi_e \ \cos\ \alpha .$$

Využili jsme přitom poznatek, že úhel $d\Omega$ je určen podílem dS_o/r^2, kde dS_o je ploška kolmá k poloměru r (obr. 25.3) a $dS_o=dS\cos\alpha$, kde úhel α je úhel dopadu světla ze zdroje Z na plochu dS. Pro informaci uveďme, že osvětlení místnosti přes den je asi 10^5 lx, osvětlení místnosti přes den je asi 100 lx, v učebnách a kancelářích by mělo být osvětlení alespoň 30 lx a minimální osvětlení při čtení by nemělo klesnout pod 10 lx.

Tvar absorpčního zákona (25.27) vyplývá z poznatku, objeveného Lambertem, podle kterého pokles hustoty zářivého toku světla - $d\psi_e$ na vzdálenosti dx je úměrný této hustotě a tloušťce dx

$$d\psi_e = -a\psi_e dx ,$$

kde a je materiálová konstanta (součinitel absorpce). Úpravou této rovnice získáme tvar

$$\frac{d\psi_e}{\psi_e} = -a\,dx ,$$

a dále integrací počáteční podmínce $\psi_e(x=0)=\psi_{eo}$ dostaneme přímo funkci (25.27). Z praktických důvodů se někdy tento vztah upravuje do tvaru prostorového úhlu d Ω

$$I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega}$$

(25.19)

<u>Jednotka zářivosti</u> $[I_e]=W\ sr^{-1}$. Odpovídající fotometrická veličina - svítivost I jako podíl vyzařovaného světelného toku $d\Phi$ a příslušného prostorového úhlu dΩ

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}.$$

(25.20)

<u>Jednotka svítivosti</u> je $[I]=cd$ (kandela), (definice této základní jednotky byla uvedena v kapitole 4).

$$\psi_e = \psi_{eo}\ e^{-ax} = \psi_{eo}(10^{\log e})^{-ax} = \\ = \psi_{eo} 10^{-\alpha x},$$

(25.28)

kde konstanta $\alpha=a$ log e se nazývá extinkční koeficient. Jeho převrácená hodnota udává tloušťku materiálu, v kterém se intenzita záření zeslabí na 1/10 původní hodnoty, protože pro $x=1/\alpha$ je $\psi_e=\psi_{eo}\ 10^{-1}=0{,}1\ \psi_{eo}$.

25.9

K charakteristice plošných zdrojů zavádíme: radiometrickou veličinu - intenzitu vyzařování H_e jako podíl vyzářeného zářivého toku $d\phi_e$ a příslušné plochy dS

$$H_e = \frac{d\Phi_e}{dS}.$$

(25.21)

Jednotka intenzity vyzařování je $[H_e]=W\ m^{-2}$. Odpovídající fotometrická veličina - světlení H je definována obdobným způsobem

$$H = \frac{d\Phi}{dS}$$

(25.22)

Jednotka světlení je $[H]=lm\ m^{-2}$.

25.10

Pro charakteristiku dopadajícího záření zavádíme: radiometrickou veličinu - osvětlení E je definovaná jako podíl dopadajícího zářivého toku $d\Phi_e$ a příslušné plošky dS

$$E_e = \frac{d\phi_e}{dS}.$$

(25.23)

Jednotka ozáření je $[E_e]=W\,m^{-2}$. Odpovídající fotometrická veličina - osvětlení E je definovaná obdobným způsobem - jako poměr dopadajícího světelného toku $d\Phi$ a příslušné plošky dS

$$E = \frac{d\phi}{dS}\,. \tag{25.24}$$

Jednotka osvětlení je $[E]=lm\,m^{-2}$=lx (lux). Pro ozáření (osvětlení) ploch bodovým zdrojem platí zákony

$$E_e = \frac{I_e}{r^2}\cos\,\alpha \tag{25.25}$$

neboli

$$E_e = \psi_e\,\cos\,\alpha\,, \tag{25.26}$$

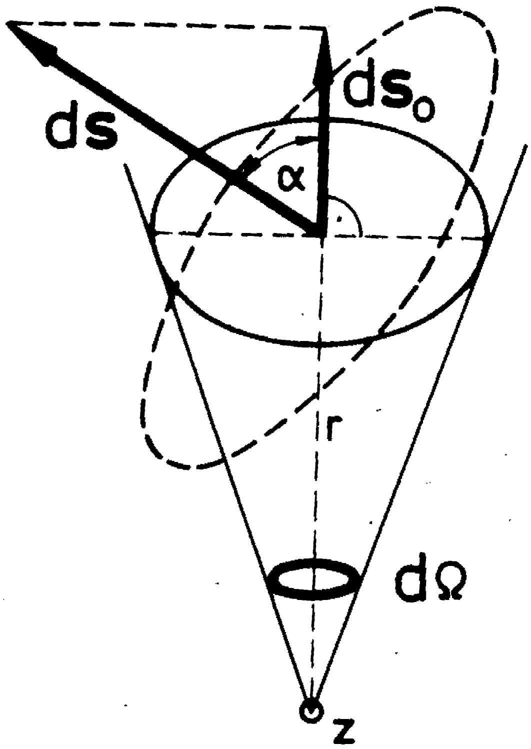
kde r je vzdálenost plochy dS od zdroje, α je úhel dopadu světla.

25.11

Při průchodu látkovým prostředím se záření obecně absorbuje tak, že hustota jeho zářivého toku se se vzdáleností zmenšuje podle vztahu

$$\psi_e = \psi_{oe}\,e^{-ax}, \tag{25.27}$$

kde a je tzv. absorpční součinitel.



Obr. 25.3 K odvození závislosti ozáření na úhlu dopadu záření ze zdroje *Z* na plochu *dS*

LAMBERT Johann Heinrich, 1728-1777, německý vědec, kromě fyziky se zajímal o matematiku, astronomii a filosofii. Zabýval se zejména měřením intenzity a absorpce světla a zformuloval základní zákony platné v této oblasti fyziky.